Université de Tours – Soutenance d'**HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES** – **7 février 2024**

Systèmes rapides-lents en mécanique vibratoire

Application à l'étude du contrôle passif non linéaire de vibrations et des phénomènes transitoires dans les instruments de musique à anche

Baptiste Bergeot

Maître de conférences, INSA Centre Val de Loire, LaMé EA 7494

Jury :

Sébastien Berger	Professeur des Universités	INSA Centre Val de Loire
Nils Berglund	Professeur des Universités	Univ. Orléans
Thomas Hélie	Directeur de Recherche	CNRS, IRCAM
Claude-Henri Lamarque	Professeur ENTPE	ENTPE, Univ. Lyon
Pierre-Oliver Mattei	Chargé de Recherche-HDR	CNRS, Univ. Aix-Marseille
Stéphane Méo	Professeur des Universités	Univ. Tours
Emeline Sadoulet-Reboul	Maître de Conférences-HDR	Univ. Franche-Comté
Christophe Vergez	Directeur de Recherche	CNRS, Univ. Aix-Marseille

INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES CENTRE VAL DE LOIRE

université de TOURS

LaMé Laboratoire de Mécanique Gabriel Lamé

Plan

Première Partie. **Notice personnelle**

Deuxième Partie. **Synthèse des travaux de recherche**

Troisième Partie. **Perspectives à court et moyen terme**

Première partie

Notice personnelle

Parcours académique

2003 – **Baccalauréat Scientifique**

2006 – Licence Physique-Chimie (parcours Physique) Université de Rennes

2007 – Maîtrise Sciences physiques (parcours Physique) Université de Rennes

2010 – Master Recherche Acoustique et mécanique (parcours Acoustique) Université du Mans

2013 – Doctorat
Spécialité : Acoustique
Université du Mans
LAUM (UMR 6613)
anr SDNS-AIMV

Post-doctorat
ECM – LMA (UMR 7031)
Chaire industrielle Fondation Airbus Group

2015 – Recrutement MCF
Section 60
INSA Centre Val de Loire
LMR (EA 2640)
2018 : LaMé (EA 7494)

2024 – Soutenance d'HDR

Parcours académique

Université de Rennes

Licence Physique-Chimie
(parcours Physique)
Université de Rennes

Le Mans Université

Master Recherche
Acoustique et mécanique
(parcours Acoustique)
Université du Mans

INSA Institut National des Sciences Appliquées Centre Val de Loire

LaMé Laboratoire de Mécanique Gabriel Lamé

Recrutement MCF
Section 60
INSA Centre Val de Loire
LMR (EA 2640)
2018 : LaMé (EA 7494)

2003 – 2006 – 2007 – 2010 – 2013 – 2015 – 2024

Baccalauréat Scientifique

Maîtrise Sciences physiques
(parcours Physique)
Université de Rennes

LAUM

Doctorat
Spécialité : Acoustique
Université du Mans
LAUM (UMR 6613)
anr SDNS-AIMV

Soutenance d'HDR

université de TOURS

Centrale Méditerranée

Post-doctorat
ECM – LMA (UMR 7031)

LMA

Chaire industrielle Fondation Airbus Group

Parcours académique

Université de Rennes

Licence
Physique-Chimie
(parcours Physique)
Université de Rennes

Le Mans Université

Master Recherche
Acoustique et mécanique
(parcours Acoustique)
Université du Mans

INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES CENTRE VAL DE LOIRE

LaMé Laboratoire de Mécanique Gabriel Lamé

Recrutement MCF
Section 60
INSA Centre Val de Loire
LMR (EA 2640)
2018 : LaMé (EA 7494)

2003 — 2006 — 2007 — 2010 — 2013 — 2015 — 2024

Baccalauréat
Scientifique

Maîtrise
Sciences physiques
(parcours Physique)
Université de Rennes

LAUM

Doctorat
Spécialité : Acoustique
Université du Mans
LAUM (UMR 6613)
anr SDNS-AIMV

Soutenance d'HDR

université de TOURS

Centrale Méditerranée

Post-doctorat
ECM – LMA (UMR 7031)

LMA

Chaire industrielle FONDATION AIRBUS GROUP

Parcours académique

2003 – **Baccalauréat Scientifique**

2006 – Université de Rennes
Licence Physique-Chimie
(parcours Physique)
Université de Rennes

2007 – **Maîtrise Sciences physiques**
(parcours Physique)
Université de Rennes

2010 – Le Mans Université
Master Recherche Acoustique et mécanique
(parcours Acoustique)
Université du Mans

2013 – LAUM
Doctorat
Spécialité : Acoustique
Université du Mans
LAUM (UMR 6613)
anr SDNS-AIMV

Post-doctorat
Centrale Méditerranée
ECM – LMA (UMR 7031)
Chaire industrielle Fondation Airbus Group

2015 – INSA Institut National des Sciences Appliquées Centre Val de Loire – LaMé Laboratoire de Mécanique Gabriel Lamé
Recrutement MCF
Section 60
INSA Centre Val de Loire
LMR (EA 2640)
2018 : LaMé (EA 7494)

2024 – **Soutenance d'HDR**
université de TOURS

Parcours académique

Licence
Physique-Chimie
(parcours Physique)
Université de Rennes

Master Recherche
Acoustique et mécanique
(parcours Acoustique)
Université du Mans

Recrutement MCF
Section 60
INSA Centre Val de Loire
LMR (EA 2640)
2018 : LaMé (EA 7494)

2003 — 2006 — 2007 — 2010 — 2013 — 2015 — 2024

Baccalauréat
Scientifique

Maîtrise
Sciences physiques
(parcours Physique)
Université de Rennes

Doctorat
Spécialité : Acoustique
Université du Mans
LAUM (UMR 6613)
anr SDNS-AIMV

Soutenance d'HDR

Post-doctorat
ECM – LMA (UMR 7031)

Chaire industrielle

Parcours académique

2003 — **Baccalauréat Scientifique**

2006 — **Licence Physique-Chimie**
(parcours Physique)
Université de Rennes

2007 — **Maîtrise Sciences physiques**
(parcours Physique)
Université de Rennes

2010 — **Master Recherche Acoustique et mécanique**
(parcours Acoustique)
Université du Mans

2013 — **Doctorat**
Spécialité : Acoustique
Université du Mans
LAUM (UMR 6613)
anr SDNS-AIMV

Post-doctorat
ECM – LMA (UMR 7031)
Chaire industrielle Fondation Airbus Group

2015 — **Recrutement MCF**
Section 60
INSA Centre Val de Loire
LMR (EA 2640)
2018 : LaMé (EA 7494)

2024 — Soutenance d'HDR
université de Tours

Parcours académique

- **2003** — **Baccalauréat Scientifique**
- **2006** — Université de Rennes — **Licence Physique-Chimie** (parcours Physique) Université de Rennes
- **2007** — **Maîtrise Sciences physiques** (parcours Physique) Université de Rennes
- **2010** — Le Mans Université — **Master Recherche Acoustique et mécanique** (parcours Acoustique) Université du Mans
- **2013** — LAUM — **Doctorat** Spécialité : Acoustique, Université du Mans, LAUM (UMR 6613), anr SDNS-AIMV
- 2013–2015 — Centrale Méditerranée — **Post-doctorat** ECM - LMA (UMR 7031), LMA — Chaire industrielle Fondation Airbus Group
- **2015** — INSA Institut National des Sciences Appliquées Centre Val de Loire, LaMé Laboratoire de Mécanique Gabriel Lamé — **Recrutement MCF** Section 60, INSA Centre Val de Loire, LMR (EA 2640), 2018 : LaMé (EA 7494)
- **2024** — **Soutenance d'HDR** — université de Tours

Encadrements doctoraux et scientifiques

Doctorats

1. **Duc Thinh Kieu :** 1er septembre 2015 – 10 février 2020 (INSA Centre Val de Loire)
   « Méthodes de réduction de modèles pour l'analyse du comportement dynamique des structures complexes à paramètres incertains »
   Direction : Sébastien Berger (PU, INSA CVL) et Jean-Mathieu Mencik (PU, INSA CVL)
   Taux d'encadrement : 25 %
2. **Chérif Snoun :** 1er octobre 2016 – 16 juillet 2020 (Université de Tours)
   « Contrôle passif des vibrations des systèmes mécaniques à l'aide d'absorbeurs dynamiques non linéaires avec prise en compte d'incertitudes paramétriques »
   Direction : Sébastien Berger
   Taux d'encadrement : 50 %
3. **Israa Zogheib :** 1er novembre 2023 – en cours (Université d'Orléans)
   « Comportement dynamique de systèmes mécaniques lents-rapides stochastiques »
   Direction : Nils Berglund (PU, Univ. Orléans)
   Taux d'encadrement : 50 %

Stages de Master

Encadrements de 7 stages de Master 2 entre 2016 et 2023 :

Ayda Halouani, Corentin Coustham, Barthélemy Jeandel, Joulia Salloum, Riccardo Gega, Joris Nguyen, Helmi Chaabene

Encadrements doctoraux et scientifiques

Doctorats

1. **Duc Thinh Kieu :** 1er septembre 2015 – 10 février 2020 (INSA Centre Val de Loire)
   « Méthodes de réduction de modèles pour l'analyse du comportement dynamique des structures complexes à paramètres incertains »
   Direction : Sébastien Berger (PU, INSA CVL) et Jean-Mathieu Mencik (PU, INSA CVL)
   Taux d'encadrement : 25 %
2. **Chérif Snoun :** 1er octobre 2016 – 16 juillet 2020 (Université de Tours)
   « Contrôle passif des vibrations des systèmes mécaniques à l'aide d'absorbeurs dynamiques non linéaires avec prise en compte d'incertitudes paramétriques »
   Direction : Sébastien Berger
   Taux d'encadrement : 50 %
3. **Israa Zogheib :** 1er novembre 2023 – en cours (Université d'Orléans)
   « Comportement dynamique de systèmes mécaniques lents-rapides stochastiques »
   Direction : Nils Berglund (PU, Univ. Orléans)
   Taux d'encadrement : 50 %

Stages de Master

Encadrements de 7 stages de Master 2 entre 2016 et 2023 :

Ayda Halouani, Corentin Coustham, Barthélemy Jeandel, Joulia Salloum, Riccardo Gega, Joris Nguyen, Helmi Chaabene

Encadrements doctoraux et scientifiques

Doctorats

1. **Duc Thinh Kieu :** 1$^{\text{er}}$ septembre 2015 – 10 février 2020 (INSA Centre Val de Loire)
   « Méthodes de réduction de modèles pour l'analyse du comportement dynamique des structures complexes à paramètres incertains »
   Direction : Sébastien Berger (PU, INSA CVL) et Jean-Mathieu Mencik (PU, INSA CVL)
   Taux d'encadrement : 25 %
2. **Chérif Snoun :** 1$^{\text{er}}$ octobre 2016 – 16 juillet 2020 (Université de Tours)
   « Contrôle passif des vibrations des systèmes mécaniques à l'aide d'absorbeurs dynamiques non linéaires avec prise en compte d'incertitudes paramétriques »
   Direction : Sébastien Berger
   Taux d'encadrement : 50 %
3. **Israa Zogheib :** 1$^{\text{er}}$ novembre 2023 – en cours (Université d'Orléans)
   « Comportement dynamique de systèmes mécaniques lents-rapides stochastiques »
   Direction : Nils Berglund (PU, Univ. Orléans)
   Taux d'encadrement : 50 %

Stages de Master

Encadrements de 7 stages de Master 2 entre 2016 et 2023 :
Ayda Halouani, Corentin Coustham, Barthélemy Jeandel, Joulia Salloum, Riccardo Gega, Joris Nguyen, Helmi Chaabene

Production scientifiques et responsabilités

Production scientifiques

- **18 Articles** publiés dans des **revues internationale avec comités de lecture (ACLI)** (+ **2 pré-publications**)
- **12 communications** avec actes dans des **congrès internationaux (ACTI)**
- **6 communications** avec actes dans des **congrès nationaux (ACTN)**

Responsabilités scientifiques

- **Membre du Conseil de Laboratoire du LaMé** (20 février 2020 – 31 décembre 2023)

Responsabilités pédagogiques

- **Référent sur le campus de Blois de l'INSA Centre Val de Loire du Master** *mention Mécanique, Génie Civil, Matériaux, Structures* adossé au LaMé (depuis 2018)
- **Responsable de l'option *Ingénierie Mécanique et Conception* (IMC)** (depuis 2018)

  Option de 5^{e} année du département *Génie des Systèmes Industriels* (GSI) de l'INSA Centre Val de Loire
- **Responsable des projets de fin d'étude** de l'option IMC (depuis 2018)

Production scientifiques et responsabilités

Production scientifiques

- **18 Articles** publiés dans des **revues internationale avec comités de lecture (ACLI)** (+ **2 pré-publications**)
- **12 communications** avec actes dans des **congrès internationaux (ACTI)**
- **6 communications** avec actes dans des **congrès nationaux (ACTN)**

Responsabilités scientifiques

- **Membre du Conseil de Laboratoire du LaMé** (20 février 2020 – 31 décembre 2023)

Responsabilités pédagogiques

- **Référent sur le campus de Blois de l'INSA Centre Val de Loire du Master** *mention Mécanique, Génie Civil, Matériaux, Structures* adossé au LaMé (depuis 2018)
- **Responsable de l'option *Ingénierie Mécanique et Conception* (IMC)** (depuis 2018)

  Option de 5^{e} année du département *Génie des Systèmes Industriels* (GSI) de l'INSA Centre Val de Loire
- **Responsable des projets de fin d'étude** de l'option IMC (depuis 2018)

Production scientifiques et responsabilités

Production scientifiques

- **18 Articles** publiés dans des **revues internationale avec comités de lecture (ACLI)** (+ **2 pré-publications**)
- **12 communications** avec actes dans des **congrès internationaux (ACTI)**
- **6 communications** avec actes dans des **congrès nationaux (ACTN)**

Responsabilités scientifiques

- **Membre du Conseil de Laboratoire du LaMé** (20 février 2020 – 31 décembre 2023)

Responsabilités pédagogiques

- **Référent sur le campus de Blois de l'INSA Centre Val de Loire du Master** *mention Mécanique, Génie Civil, Matériaux, Structures* adossé au LaMé (depuis 2018)
- **Responsable de l'option *Ingénierie Mécanique et Conception* (IMC)** (depuis 2018)

  Option de 5e année du département *Génie des Systèmes Industriels* (GSI) de l'INSA Centre Val de Loire
- **Responsable des projets de fin d'étude** de l'option IMC (depuis 2018)

Activités d'enseignement

- **Domaines :** Mécanique, Vibrations, Acoustique, Matériaux, Conception (niveau **Licence** et **Master**)
- **Établissements :** Université de Mans, INSA Centre Val de Loire, Université de Tours

À l'INSA Centre Val de Loire

- **Service moyen** depuis mon recrutement : **245 HETD**
- Service année 2022/2023 : **218 HETD**
  - CM : 18.5 % – TD : 48.2 % – TP : 33.3 %

Activités d'enseignement

- **Domaines :** Mécanique, Vibrations, Acoustique, Matériaux, Conception (niveau **Licence** et **Master**)
- **Établissements :** Université de Mans, INSA Centre Val de Loire, Université de Tours

À l'INSA Centre Val de Loire

- **Service moyen** depuis mon recrutement : 245 HETD
- Service année 2022/2023 : 218 HETD
  - CM : 18.5 % TD : 48.2 % TP : 33.3 %

Activités d'enseignement

- **Domaines :** Mécanique, Vibrations, Acoustique, Matériaux, Conception (niveau **Licence** et **Master**)
- **Établissements :** Université de Mans, INSA Centre Val de Loire, Université de Tours

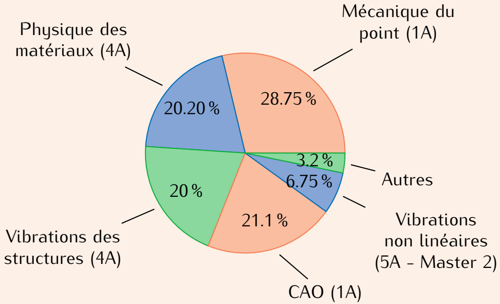
À l'INSA Centre Val de Loire

- **Service moyen** depuis mon recrutement : 245 HETD
- **Service année 2022/2023** : 218 HETD
  - CM : 18.5 % TD : 48.2 % TP : 33.3 %

- **Domaines :** Mécanique, Vibrations, Acoustique, Matériaux, Conception (niveau **Licence** et **Master**)
- **Établissements :** Université de Mans, INSA Centre Val de Loire, Université de Tours

À L'INSA CENTRE VAL DE LOIRE

- **Service moyen** depuis mon recrutement : 245 HETD
- **Service année 2022/2023** : 218 HETD
  - CM : 18.5 % TD : 48.2 % TP : 33.3 %



Deuxième partie

Synthèse des travaux de recherche

Plan

Démarche scientifique et thématiques de recherches

Parti pris

Modéliser des systèmes mécaniques complexes (non linéaires, possédant plusieurs échelles de temps caractéristiques et pouvant être stochastiques) au comportement dynamique très riche par des systèmes différentiels simples représentatifs

Objectifs

- Cadre académique : décrire le plus finement possible le comportement des solutions de ces systèmes différentiels simples
- Cadre d'applications technologiques : acquérir de l'intuition pour interpréter des simulations numériques issues de modèles plus raffinés et/ou des résultats expérimentaux

Moyen principal employé

Analyse théorique approfondie rendue possible par l'**appropriation** et la **mise en œuvre** de résultats théoriques connus des mathématiciens sur les équations différentielles ordinaires singulièrement perturbées (stochastiques)

Thématiques de recherche

- Contrôle passif non linéaire de vibrations auto-entretenues
- Phénomènes transitoires dans les instruments de musique à anche

Démarche scientifique et thématiques de recherches

Parti pris

Modéliser des systèmes mécaniques complexes (non linéaires, possédant plusieurs échelles de temps caractéristiques et pouvant être stochastiques) au comportement dynamique très riche par des systèmes différentiels simples représentatifs

Objectifs

- Cadre académique : décrire le plus finement possible le comportement des solutions de ces systèmes différentiels simples
- Cadre d'applications technologiques : acquérir de l'intuition pour interpréter des simulations numériques issues de modèles plus raffinés et/ou des résultats expérimentaux

Moyen principal employé

Analyse théorique approfondie rendue possible par l'**appropriation** et la **mise en œuvre** de résultats théoriques connus des mathématiciens sur les équations différentielles ordinaires singulièrement perturbées (stochastiques)

Thématiques de recherche

- Contrôle passif non linéaire de vibrations auto-entretenues
- Phénomènes transitoires dans les instruments de musique à anche

Démarche scientifique et thématiques de recherches

Parti pris

Modéliser des systèmes mécaniques complexes (non linéaires, possédant plusieurs échelles de temps caractéristiques et pouvant être stochastiques) au comportement dynamique très riche par des systèmes différentiels simples représentatifs

Objectifs

- **Cadre académique :** décrire le plus finement possible le comportement des solutions de ces systèmes différentiels simples
- **Cadre d'applications technologiques :** acquérir de l'intuition pour interpréter des simulations numériques issues de modèles plus raffinés et/ou des résultats expérimentaux

Moyen principal employé

Analyse théorique approfondie rendue possible par l'**appropriation** et la **mise en œuvre** de résultats théoriques connus des mathématiciens sur les équations différentielles ordinaires singulièrement perturbées (stochastiques)

Thématiques de recherche

- Contrôle passif non linéaire de vibrations auto-entretenues
- Phénomènes transitoires dans les instruments de musique à anche

Démarche scientifique et thématiques de recherches

Parti pris

Modéliser des systèmes mécaniques complexes (non linéaires, possédant plusieurs échelles de temps caractéristiques et pouvant être stochastiques) au comportement dynamique très riche par des systèmes différentiels simples représentatifs

Objectifs

- Cadre académique : décrire le plus finement possible le comportement des solutions de ces systèmes différentiels simples
- Cadre d'applications technologiques : acquérir de l'intuition pour interpréter des simulations numériques issues de modèles plus raffinés et/ou des résultats expérimentaux

Moyen principal employé

Analyse théorique approfondie rendue possible par l'**appropriation** et la **mise en œuvre** de résultats théoriques connus des mathématiciens sur les équations différentielles ordinaires singulièrement perturbées (stochastiques)

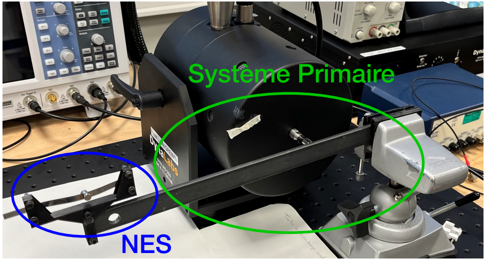
Thématiques de recherche

- Contrôle passif non linéaire de vibrations auto-entretenues
- Phénomènes transitoires dans les instruments de musique à anche

Lien entre les deux thématiques

Atténuation passive non linéaire de vibrations

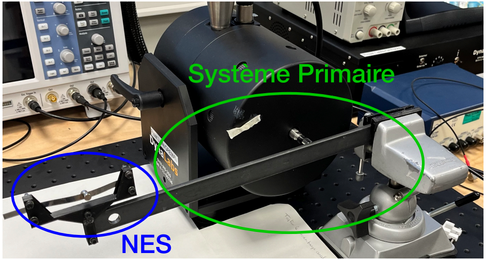
Système mécanique primaire (SP) couplé à un
absorbeur dynamique non linéaire (NES)
de faible masse



Lien entre les deux thématiques

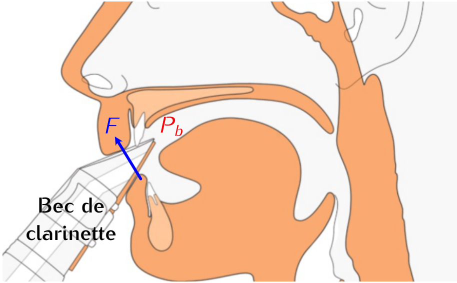
Atténuation passive non linéaire de vibrations

Système mécanique primaire (SP) couplé à un **absorbeur dynamique non linéaire (NES)** de faible masse



Transitoires dans les instruments à anche

Instrument de musique à anche dont les **paramètres de contrôle** (pression dans la bouche, force d'appui de la lèvre) varient lentement dans le temps



P_b : pression dans la bouche

F : force d'appui de la lèvre sur l'anche

Lien entre les deux thématiques

Atténuation passive non linéaire de vibrations

Système mécanique primaire (SP) couplé à un **absorbeur dynamique non linéaire (NES)** de **faible masse**

Transitoires dans les instruments à anche

Instrument de musique à anche dont les **paramètres de contrôle** (**pression dans la bouche**, **force d'appui de la lèvre**) **varient lentement dans le temps**

$\Rightarrow$ **Systèmes dynamiques rapides-lents**

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x} &= \epsilon f(x, y, \epsilon) \\ \dot{y} &= g(x, y, \epsilon) \end{aligned}}$$

ϵ : petit paramètre adimensionné $\mathbf{x}$: variables lentes $\mathbf{y}$: variables rapides

$\mathbf{f}$ et $\mathbf{g}$: fonctions représentent la physique du problème

Lien entre les deux thématiques

Atténuation passive non linéaire de vibrations

Système mécanique primaire (SP) couplé à un **absorbeur dynamique non linéaire (NES)** de **faible masse**

Transitoires dans les instruments à anche

Instrument de musique à anche dont les **paramètres de contrôle** (**pression dans la bouche**, **force d'appui de la lèvre**) **varient lentement dans le temps**

$\Rightarrow$ **Systèmes dynamiques rapides-lents**

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x} &= \epsilon f(x, y, \epsilon) \\ \dot{y} &= g(x, y, \epsilon) \end{aligned}}$$

ϵ : petit paramètre adimensionné $\quad$ x : variables lentes $\quad$ y : variables rapides

f et g : fonctions représentent la physique du problème

Analyse à l'aide d'outils mathématiques communs

Plan

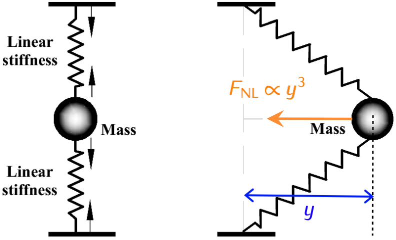
Absorbeurs dynamiques non linéaires de type « NES »

- En anglais, *Nonlinear Energy Sink* : NES

Absorbeurs dynamiques non linéaires de type « NES »

- En anglais, *Nonlinear Energy Sink* : NES
- Oscillateurs à raideur fortement non linéaire, **généralement purement cubique** et à amortissement linéaire :

$$\boxed{\ddot{y} + \mu\dot{y} + \alpha y^3 = 0}$$



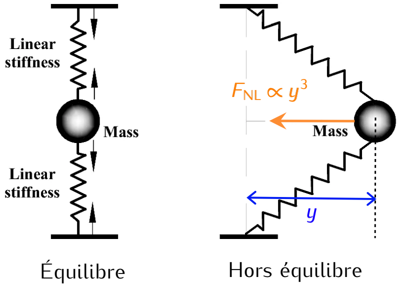
Équilibre   Hors équilibre

Absorbeurs dynamiques non linéaires de type « NES »

- En anglais, *Nonlinear Energy Sink* : NES
- Oscillateurs à raideur fortement non linéaire, **généralement purement cubique** et à amortissement linéaire :

$$\boxed{\ddot{y} + \mu \dot{y} + \alpha y^3 = 0}$$

- Couplés à un système primaire (SP), ils ont la capacité :
  - d'**adapter leur fréquence** à celle du SP (relation amplitude/fréquence)
  - d'**absorber l'énergie du SP** de manière **irréversible** (sous conditions)

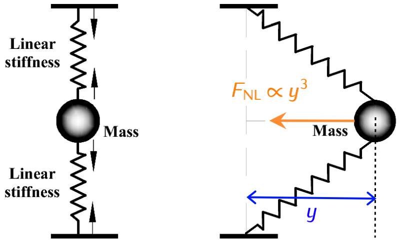


Absorbeurs dynamiques non linéaires de type « NES »

- En anglais, *Nonlinear Energy Sink* : NES
- Oscillateurs à raideur fortement non linéaire, **généralement purement cubique** et à amortissement linéaire :

$$\boxed{\ddot{y} + \mu\dot{y} + \alpha y^3 = 0}$$

- Couplés à un système primaire (SP), ils ont la capacité :
  - d'**adapter leur fréquence** à celle du SP (relation amplitude/fréquence)
  - d'**absorber l'énergie du SP** de manière **irréversible** (sous conditions)



Équilibre Hors équilibre

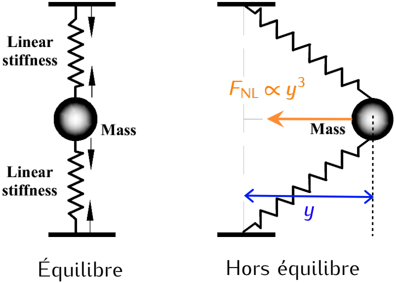
Pompage Énergétique

Absorbeurs dynamiques non linéaires de type « NES »

- En anglais, *Nonlinear Energy Sink* : NES
- Oscillateurs à raideur fortement non linéaire, **généralement purement cubique** et à amortissement linéaire :

$$\boxed{\ddot{y} + \mu\dot{y} + \alpha y^3 = 0}$$

- Couplés à un système primaire (SP), ils ont la capacité :
  - d'**adapter leur fréquence** à celle du SP (relation amplitude/fréquence)
  - d'**absorber l'énergie du SP** de manière **irréversible** (sous conditions)



Pompage Énergétique

- Moyen d'**atténuation passif et large-bande de vibrations** de systèmes mécaniques et acoustiques :
  - Vibrations libres
  - Résonances vibratoires
  - Vibrations auto-entretenues

Oscillations auto-entretenues : oscillateur de Van der Pol (VDP)

Oscillations auto-entretenues

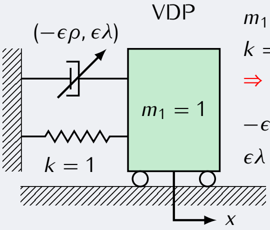
Génération et **maintien d'un mouvement oscillant** (**périodique**, **quasi-périodique**, **chaotique**, . . .) par une **source d'énergie non oscillante**

Oscillations auto-entretenues : oscillateur de Van der Pol (VDP)

Oscillations auto-entretenues

Génération et **maintien d'un mouvement oscillant** (**périodique**, **quasi-périodique**, **chaotique**, ...) par une **source d'énergie non oscillante**

Oscillateur de Van der Pol (VDP)



$m_1 = 1$: **masse**

$k = 1$: **raideur**

$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{k/m_1} = 1$: **pulsation**

$-\epsilon\rho$: amortissement **négatif**

$\epsilon\lambda$: amortissement **non linéaire**

$$\boxed{\ddot{x} - \epsilon\rho\dot{x} + \epsilon\lambda\dot{x}x^2 + x}$$

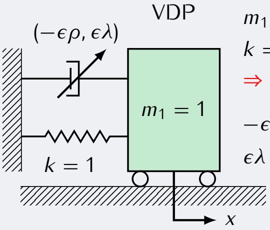
ρ : **paramètre de bifurcation**

Oscillations auto-entretenues : oscillateur de Van der Pol (VDP)

Oscillations auto-entretenues

Génération et **maintien d'un mouvement oscillant** (**périodique**, **quasi-périodique**, **chaotique**, ...) par une **source d'énergie non oscillante**

Oscillateur de Van der Pol (VDP)



$m_1 = 1$: **masse**

$k = 1$: **raideur**

$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{k/m_1} = 1$: **pulsation**

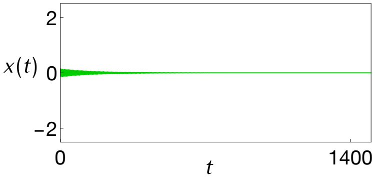
$-\epsilon\rho$: amortissement **négatif**

$\epsilon\lambda$: amortissement **non linéaire**

$$\boxed{\ddot{x} - \epsilon\rho\dot{x} + \epsilon\lambda\dot{x}x^2 + x}$$

ρ : **paramètre de bifurcation**

- $\boxed{\rho < 0}$: Équilibre **stable**

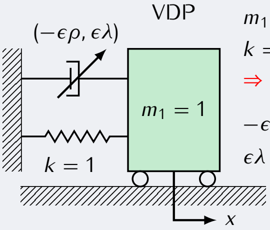


Oscillations auto-entretenues : oscillateur de Van der Pol (VDP)

Oscillations auto-entretenues

Génération et **maintien d'un mouvement oscillant** (**périodique**, **quasi-périodique**, **chaotique**, ...) par une **source d'énergie non oscillante**

Oscillateur de Van der Pol (VDP)



$m_1 = 1$: **masse**

$k = 1$: **raideur**

$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{k/m_1} = 1$: **pulsation**

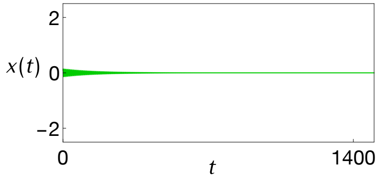
$-\epsilon\rho$: amortissement **négatif**

$\epsilon\lambda$: amortissement **non linéaire**

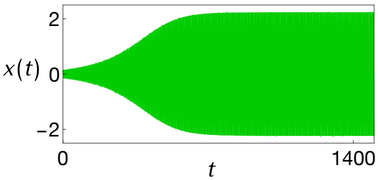
$$\boxed{\ddot{x} - \epsilon\rho\dot{x} + \epsilon\lambda\dot{x}x^2 + x}$$

ρ : **paramètre de bifurcation**

- $\boxed{\rho < 0}$: Équilibre **stable**



- $\boxed{\rho > 0}$: Équilibre **instable** + **solution périodique**

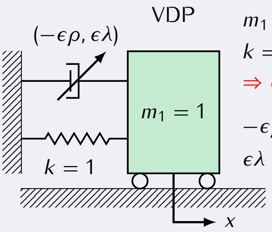


Oscillations auto-entretenues : oscillateur de Van der Pol (VDP)

Oscillations auto-entretenues

Génération et **maintien d'un mouvement oscillant** (**périodique**, **quasi-périodique**, **chaotique**, ...) par une **source d'énergie non oscillante**

Oscillateur de Van der Pol (VDP)



$m_1 = 1$: **masse**

$k = 1$: **raideur**

$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{k/m_1} = 1$: **pulsation**

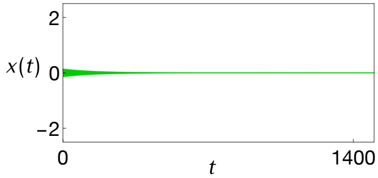
$-\epsilon\rho$: amortissement **négatif**

$\epsilon\lambda$: amortissement **non linéaire**

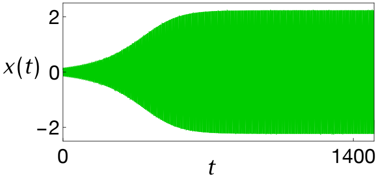
$$\boxed{\ddot{x} - \epsilon\rho\dot{x} + \epsilon\lambda\dot{x}x^2 + x}$$

ρ : **paramètre de bifurcation**

- $\boxed{\rho < 0}$: Équilibre **stable**

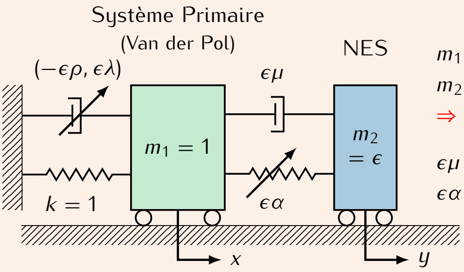


- $\boxed{\rho > 0}$: Équilibre **instable** + **solution périodique**



$\boxed{\rho = 0}$: **point de bifurcation de Hopf** de l'équilibre

Oscillateur de Van der Pol couplé à un NES



$m_1 = 1$: **masse** du VdP

$m_2 = \epsilon$: **masse** du NES

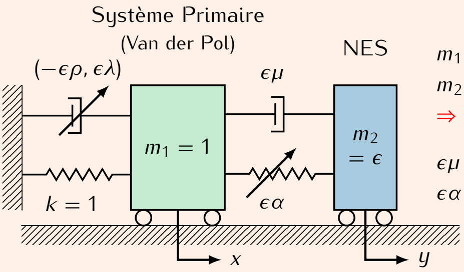
$\Rightarrow$ $\epsilon = m_2/m_1$: **rapport de masse entre NES et SP**

$\epsilon\mu$: amortissement linéaire du NES

$\epsilon\alpha$: raideur cubique du NES

x : déplacement du VdP y : déplacement du NES

Oscillateur de Van der Pol couplé à un NES



$m_1 = 1$: **masse** du VdP

$m_2 = \epsilon$: **masse** du NES

$\Rightarrow \epsilon = m_2/m_1$: **rapport de masse entre NES et SP**

$\epsilon\mu$: amortissement linéaire du NES

$\epsilon\alpha$: raideur cubique du NES

x : déplacement du VdP y : déplacement du NES

Hypothèse et équations du mouvement adimensionnées

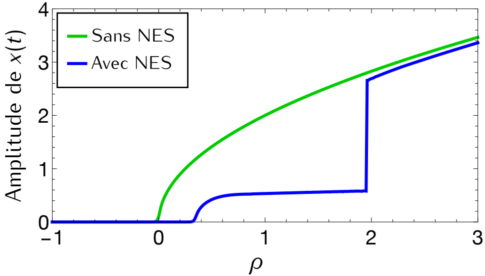
NES léger $\Rightarrow \boxed{0 < \epsilon \ll 1}$

$$\boxed{\begin{aligned} \ddot{x} - \epsilon\rho\dot{x} + \epsilon\lambda\dot{x}x^2 + x + \epsilon\mu(\dot{x} - \dot{y}) + \epsilon\alpha(x - y)^3 &= 0 \\ \epsilon\ddot{y} + \epsilon\mu(\dot{x} - \dot{y}) + \epsilon\alpha(x - y)^3 &= 0 \end{aligned}}$$

Limite de fonctionnement du NES

Diagramme de bifurcation

Amplitude des solutions stationnaires en fonction du **paramètre de bifurcation ρ**

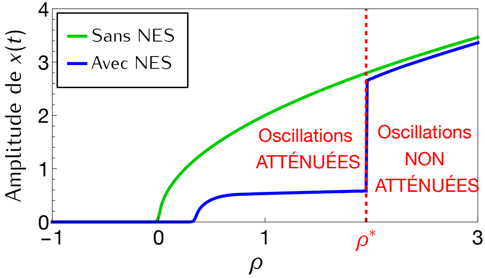


Limite de fonctionnement du NES

Diagramme de bifurcation

Amplitude des solutions stationnaires en fonction du **paramètre de bifurcation ρ**

ρ^* : limite de fonctionnement

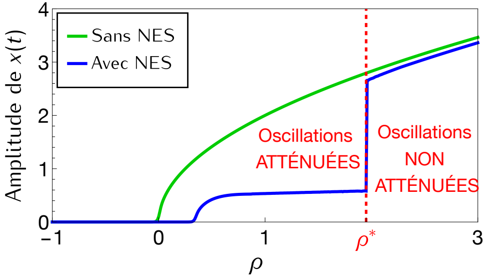


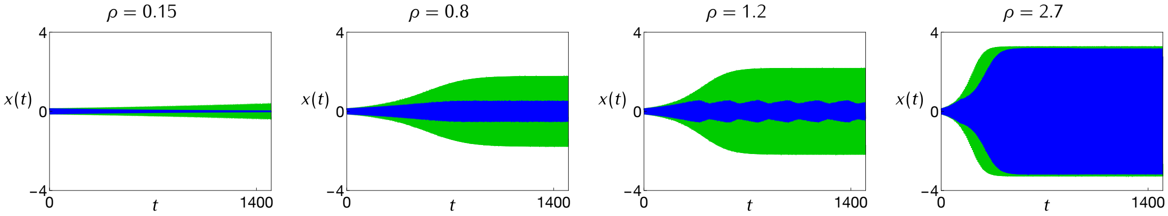
Limite de fonctionnement du NES

Diagramme de bifurcation

Amplitude des solutions stationnaires en fonction du **paramètre de bifurcation ρ**

ρ^* : limite de fonctionnement





Stabilisation (effet **linéaire**)

Régimes périodiques (effet **non linéaire**)

Régimes quasi-périodiques (SMR) (effet **non linéaire**)

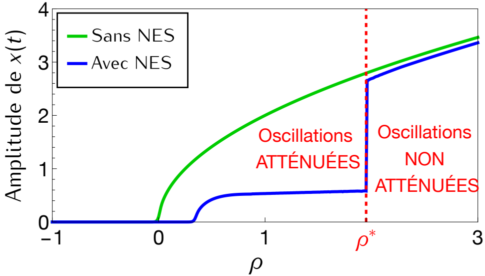
Pas d'atténuation

Limite de fonctionnement du NES

Diagramme de bifurcation

Amplitude des solutions stationnaires en fonction du **paramètre de bifurcation** ρ

ρ^* : **limite de fonctionnement**



Analyse globale de stabilité à l'ordre 0 [Gandelman & Bar (2012), Physica D]

Prédiction théorique de la limite de fonctionnement dans le **cas limite où** $\boxed{\epsilon = 0}$

Équations de la dynamique moyennée

- Changement de variable : x (VDP) et y (NES) $\Rightarrow$ $\boxed{u = x + \epsilon y}$ et $\boxed{v = x - y}$

Équations de la dynamique moyennée

- Changement de variable : x (VDP) et y (NES) $\Rightarrow$ $\boxed{u = x + \epsilon y}$ et $\boxed{v = x - y}$

$\Rightarrow$ **Hypothèse de résonance interne** 1 : 1

$\equiv$ u et v **modulés** en **amplitude** et en **phase** $\Rightarrow$ $\boxed{u(t) = r(t)\sin(t + \theta_1(t))}$ et $\boxed{v(t) = s(t)\sin(t + \theta_2(t))}$

Équations de la dynamique moyennée

- Changement de variable : x (VDP) et y (NES) $\Rightarrow$ $\boxed{u = x + \epsilon y}$ et $\boxed{v = x - y}$

$\Rightarrow$ **Hypothèse de résonance interne** 1 : 1

$\equiv$ u et v **modulés** en **amplitude** et en **phase** $\Rightarrow$ $\boxed{u(t) = r(t)\sin(t + \theta_1(t))}$ et $\boxed{v(t) = s(t)\sin(t + \theta_2(t))}$

$\hookrightarrow$ Obtention du **FLOT DE MODULATION** par une méthode de **moyennisation** :

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{r} &= \epsilon f(r, s, \Delta) \\ \dot{s} &= g_1(r, s, \Delta, \epsilon) \\ \dot{\Delta} &= g_2(r, s, \Delta, \epsilon) \end{aligned}}$$

r et s : amplitudes de u et v
$\Delta = \theta_1 - \theta_2$: différence de phase entre u et v

Équations de la dynamique moyennée

- Changement de variable : x (VDP) et y (NES) $\Rightarrow$ $\boxed{u = x + \epsilon y}$ et $\boxed{v = x - y}$

$\Rightarrow$ **Hypothèse de résonance interne 1 : 1**

$\equiv$ u et v **modulés** en **amplitude** et en **phase** $\Rightarrow$ $\boxed{u(t) = r(t)\sin(t + \theta_1(t))}$ et $\boxed{v(t) = s(t)\sin(t + \theta_2(t))}$

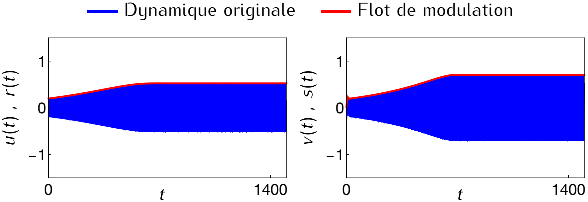
$\hookrightarrow$ Obtention du **flot de modulation** par une méthode de **moyennisation** :

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{r} &= \epsilon f(r, s, \Delta) \\ \dot{s} &= g_1(r, s, \Delta, \epsilon) \\ \dot{\Delta} &= g_2(r, s, \Delta, \epsilon) \end{aligned}}$$

r et s : amplitudes de u et v
$\Delta = \theta_1 - \theta_2$: différence de phase entre u et v

Dynamique originale : **Régime périodique** $\equiv$ **Flot de modulation :** **Équilibre (non nul)**

Cas d'un régime périodique



Équations de la dynamique moyennée

- Changement de variable : x (VDP) et y (NES) $\Rightarrow$ $\boxed{u = x + \epsilon y}$ et $\boxed{v = x - y}$

$\Rightarrow$ **Hypothèse de résonance interne 1 : 1**

$\equiv$ u et v **modulés** en **amplitude** et en **phase** $\Rightarrow$ $\boxed{u(t) = r(t)\sin(t + \theta_1(t))}$ et $\boxed{v(t) = s(t)\sin(t + \theta_2(t))}$

$\hookrightarrow$ Obtention du FLOT DE MODULATION par une méthode de **moyennisation** :

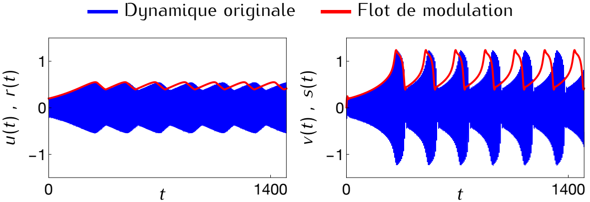
$$\boxed{\begin{aligned} \dot{r} &= \epsilon f(r, s, \Delta) \\ \dot{s} &= g_1(r, s, \Delta, \epsilon) \\ \dot{\Delta} &= g_2(r, s, \Delta, \epsilon) \end{aligned}}$$

r et s : amplitudes de u et v

$\Delta = \theta_1 - \theta_2$: différence de phase entre u et v

Dynamique originale : SMR $\equiv$ **Flot de modulation :** Régime périodique

Cas d'un SMR



Équations de la dynamique moyennée

- Changement de variable : x (VDP) et y (NES) $\Rightarrow$ $\boxed{u = x + \epsilon y}$ et $\boxed{v = x - y}$

$\Rightarrow$ **Hypothèse de résonance interne 1 : 1**

$\equiv$ u et v **modulés** en **amplitude** et en **phase** $\Rightarrow$ $\boxed{u(t) = r(t)\sin(t + \theta_1(t))}$ et $\boxed{v(t) = s(t)\sin(t + \theta_2(t))}$

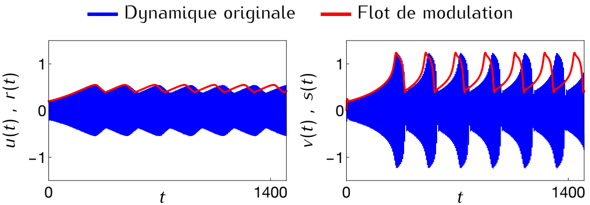
$\hookrightarrow$ Obtention du **FLOT DE MODULATION** par une méthode de **moyennisation** :

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{r} &= \epsilon f(r, s, \Delta) \\ \dot{s} &= g_1(r, s, \Delta, \epsilon) \\ \dot{\Delta} &= g_2(r, s, \Delta, \epsilon) \end{aligned}}$$

r et s : amplitudes de u et v
$\Delta = \theta_1 - \theta_2$: différence de phase entre u et v

Dynamique originale : SMR $\equiv$ **Flot de modulation : Régime périodique**

Cas d'un SMR



Flot de modulation $\equiv$ système rapide-lent : **2 variables rapides** s **et** Δ et **1 variable lente** r

$\Rightarrow$ Le profil temporel des variables d'état = succession de **phases rapides** et de **phases lentes**

Analyse à l'ordre 0 du flot de modulation

Flot de modulation ≡ Système lent-rapide

- Le profil temporel des variables du flot de modulation possède des **phases rapides** et des **phases lentes**
- Analyse théorique :
  - [Gandelman & Bar (2012), Physica D] : méthode des **échelles de temps multiples**
  - [Bergeot *et al.* (2016), Int J Non Linear Mech] : Approche Géométrique des Perturbations Singulières (AGPS)

Analyse à l'ordre 0 du flot de modulation

Flot de modulation $\equiv$ Système lent-rapide

- Le profil temporel des variables du flot de modulation possède des **phases rapides** et des **phases lentes**
- Analyse théorique :
  - [Gandelman & Bar (2012), Physica D] : méthode des **échelles de temps multiples**
  - [Bergeot *et al.* (2016), Int J Non Linear Mech] : Approche Géométrique des Perturbations Singulières (AGPS)

Flot de modulation
à l'**échelle de temps rapide** t

$$\dot{r} = \epsilon f(r, s, \Delta)$$
$$\dot{s} = g_1(r, s, \Delta, \epsilon)$$
$$\dot{\Delta} = g_2(r, s, \Delta, \epsilon)$$

Flot de modulation
à l'**échelle de temps lente** $\tau = \epsilon t$

$$r' = f(r, s, \Delta)$$
$$\epsilon s' = g_1(r, s, \Delta, \epsilon)$$
$$\epsilon \Delta' = g_2(r, s, \Delta, \epsilon)$$

Analyse à l'ordre 0 du flot de modulation

Flot de modulation ≡ Système lent-rapide

- Le profil temporel des variables du flot de modulation possède des **phases rapides** et des **phases lentes**
- Analyse théorique :
  - [Gandelman & Bar (2012), Physica D] : méthode des **échelles de temps multiples**
  - [Bergeot *et al.* (2016), Int J Non Linear Mech] : Approche Géométrique des Perturbations Singulières (AGPS)

Flot de modulation
à l'**échelle de temps rapide** t

$$\dot{r} = \epsilon f(r, s, \Delta)$$
$$\dot{s} = g_1(r, s, \Delta, \epsilon)$$
$$\dot{\Delta} = g_2(r, s, \Delta, \epsilon)$$

Flot de modulation
à l'**échelle de temps lente** $\tau = \epsilon t$

$$r' = f(r, s, \Delta)$$
$$\epsilon s' = g_1(r, s, \Delta, \epsilon)$$
$$\epsilon \Delta' = g_2(r, s, \Delta, \epsilon)$$

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{r} &= 0 \\ \dot{s} &= g_1(r, s, \Delta, 0) \\ \dot{\Delta} &= g_2(r, s, \Delta, 0) \end{aligned}}$$

$\hookrightarrow$ **sous-système rapide**
décrit les phases rapides

On pose $\boxed{\epsilon = 0}$

Singulièrement perturbé

$$\boxed{\begin{aligned} r' &= f(r, s, \Delta) \\ 0 &= g_1(r, s, \Delta, 0) \\ 0 &= g_2(r, s, \Delta, 0) \end{aligned}}$$

$\hookrightarrow$ **sous-système lent**
décrit les phases lentes

Analyse à l'ordre 0 du flot de modulation

Variété critique (VC)

$$\boxed{\mathcal{M}_0 = \left\{ (r, s, \Delta) \,\middle|\, g_1(r, s, \Delta, 0) = 0 \,,\; g_2(r, s, \Delta, 0) = 0 \right\}}$$

$\boxed{r = H(s)}$ et $\boxed{\Delta = G(s)}$

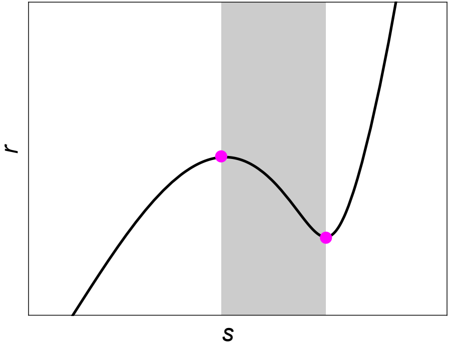


Figure. — $\boxed{r = H(s)}$

Analyse à l'ordre 0 du flot de modulation

Variété critique (VC)

$$\boxed{\mathcal{M}_0 = \left\{ (r,s,\Delta) \,\middle|\, g_1(r,s,\Delta,0) = 0\ ,\ g_2(r,s,\Delta,0) = 0 \right\}}$$

$\boxed{r = H(s)}$ et $\boxed{\Delta = G(s)}$

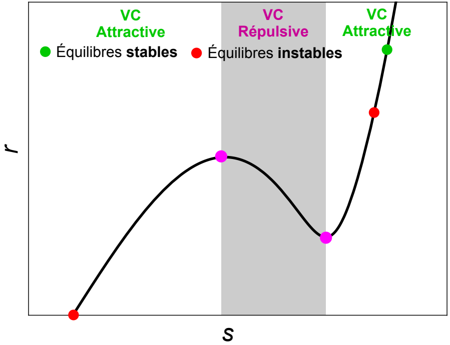


Figure. — $\boxed{r = H(s)}$

Étude du sous-système rapide : Stabilité de $\mathcal{M}_0 \Rightarrow$ 2 branches attractives et 1 branche répulsive

Étude du sous-système lent : Équilibres (sur $\mathcal{M}_0$) $\Rightarrow$ • Équilibres **stables** • Équilibres **instables**

Analyse à l'ordre 0 du flot de modulation

Variété critique (VC)

$$\boxed{\mathcal{M}_0 = \left\{ (r,s,\Delta) \,\middle|\, g_1(r,s,\Delta,0) = 0\ ,\ g_2(r,s,\Delta,0) = 0 \right\}}$$

$\boxed{r = H(s)}$ et $\boxed{\Delta = G(s)}$

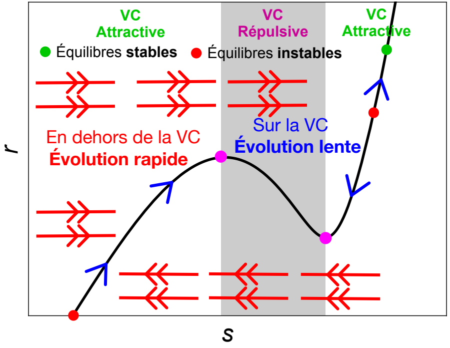


Figure. — $\boxed{r = H(s)}$

Étude du sous-système rapide : Stabilité de $\mathcal{M}_0$ ⇒ 2 branches attractives et 1 branche répulsive

Étude du sous-système lent : Équilibres (sur $\mathcal{M}_0$) ⇒ • Équilibres **stables** • Équilibres **instables**

Comportement asymptotique (quand $\epsilon \to 0$) du flot de modulation :

- Pendant les phases rapides : **trajectoires horizontales + en dehors de $\mathcal{M}_0$ vers une branche attractive**
- Pendant les phases lentes : **sur une branche attractive de $\mathcal{M}_0$ vers un équilibre stable** ou **en s'éloignant d'un équilibre instable du sous-système lent**

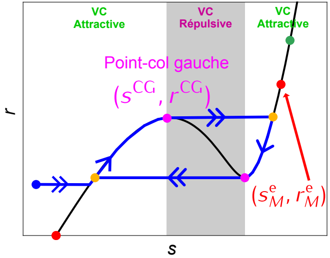
Analyse à l'ordre 0 du flot de modulation

Analyse de stabilité globale : prédiction de la limite de fonctionnement

- Condition initiale
- Équilibres **stables**
- Équilibres **instables**
- Points-col
- Points d'arrivée à l'ordre 0

Dynamique originale : SMR

Flot de modulation : Oscil. de relaxation



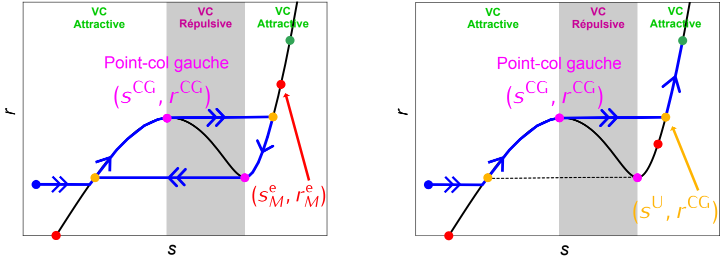
Analyse à l'ordre 0 du flot de modulation

Analyse de stabilité globale : prédiction de la limite de fonctionnement

• Condition initiale • Équilibres **stables** • Équilibres **instables** • Points-col • Points d'arrivée à l'ordre 0

Dynamique originale : SMR
Flot de modulation : Oscil. de relaxation

Dynamique originale : Pas d'atténuation
Flot de modulation : Équilibre stable

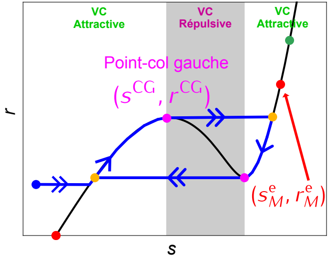


Analyse à l'ordre 0 du flot de modulation

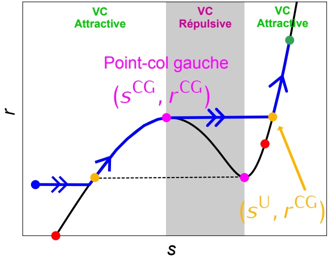
Analyse de stabilité globale : prédiction de la limite de fonctionnement

• Condition initiale • Équilibres **stables** • Équilibres **instables** • Points-col • Points d'arrivée à l'ordre 0

Dynamique originale : SMR
Flot de modulation : Oscil. de relaxation



Dynamique originale : Pas d'atténuation
Flot de modulation : Équilibre stable



Estimation du point d'arrivé

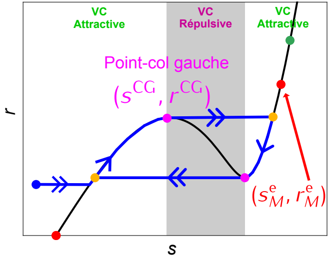
$$\boxed{(s^a, r^a) = (s^U, r^{CG})}$$

Analyse à l'ordre 0 du flot de modulation

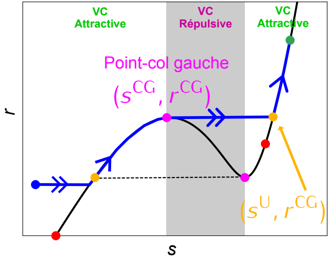
Analyse de stabilité globale : prédiction de la limite de fonctionnement

• Condition initiale • Équilibres **stables** • Équilibres **instables** • Points-col • Points d'arrivée à l'ordre 0

Dynamique originale : SMR
Flot de modulation : Oscil. de relaxation



Dynamique originale : Pas d'atténuation
Flot de modulation : Équilibre stable



Estimation du point d'arrivé

$$\boxed{(s^a, r^a) = (s^U, r^{CG})}$$

Limite de fonctionnement théorique (à l'ordre 0)

Valeur du paramètre de bifurcation ρ (notée $\boxed{\rho_0^*}$) solution de :

$$\boxed{r^e_M = r^a = r^{CG}} \quad \Rightarrow \text{Expression analytique de } \rho_0^*$$

Principaux résultats

Description du comportement dynamique par l'AGPS

- Analyse à l'ordre 0
  - SP 1 DDL (VdP) + M NES en parallèle [Bergeot & Bellizzi (2018), Nonlinear Dyn]
  - SP N DDL (avec 1 mode instable) + M NES [Bergeot & Bellizzi (2019), Mech Syst Sig Process]
  - SP N DDL (avec 2 modes instables) + 1 NES [Bergeot *et al.* (2020), Commun Nonlinear Sci Numer Simul]
  - **SP 1 DDL (VdP) + 1 NES bistable (BNES)** [Bergeot & Berger (2024), Physica D]
- Analyse à l'ordre ϵ
  - **SP N DDL + 1 NES** [Bergeot (2021), J Sound Vib]

Prise en compte de stochasticité

- SP + NES à paramètres incertains [Snoun *et al.* (2021)(2022), Eur J Mech A Solids]

  ⇒ Calcul de la **propension à être dans un régime d'atténuation** par des méthodes basées sur le chaos polynomial

  ⇒ Optimisation de NES sous incertitudes paramétriques
- SP 1 DDL (VdP) forcé par un faible bruit blanc + 1 NES [Bergeot (2023), Int J Non Linear Mech]

  Moyennisation stochastique + méthode de Monte Carlo :

  ⇒ Effet d'un forçage stochastique faible sur le phénomène de pompage énergétique

  ⇒ **Le bruit favorise les régimes de non atténuation**

Principaux résultats

Description du comportement dynamique par l'AGPS

- Analyse à l'ordre 0
  - SP 1 DDL (VdP) + M NES en parallèle [Bergeot & Bellizzi (2018), Nonlinear Dyn]
  - SP N DDL (avec 1 mode instable) + M NES [Bergeot & Bellizzi (2019), Mech Syst Sig Process]
  - SP N DDL (avec 2 modes instables) + 1 NES [Bergeot *et al.* (2020), Commun Nonlinear Sci Numer Simul]
  - **SP 1 DDL (VdP) + 1 NES bistable (BNES)** [Bergeot & Berger (2024), Physica D]
- Analyse à l'ordre ϵ
  - **SP N DDL + 1 NES** [Bergeot (2021), J Sound Vib]

Prise en compte de stochasticité

- SP + NES à paramètres incertains [Snoun *et al.* (2021)(2022), Eur J Mech A Solids]

  ⇒ Calcul de la **propension à être dans un régime d'atténuation** par des méthodes basées sur le chaos polynomial

  ⇒ Optimisation de NES sous incertitudes paramétriques
- SP 1 DDL (VdP) forcé par un faible bruit blanc + 1 NES [Bergeot (2023), Int J Non Linear Mech]

  Moyennisation stochastique + méthode de **Monte Carlo** :

  ⇒ Effet d'un forçage stochastique faible sur le phénomène de pompage énergétique

  ⇒ **Le bruit favorise les régimes de non atténuation**

Principaux résultats

Description du comportement dynamique par l'AGPS

- Analyse à l'ordre 0
  - SP 1 DDL (VdP) + M NES en parallèle [Bergeot & Bellizzi (2018), Nonlinear Dyn]
  - SP N DDL (avec 1 mode instable) + M NES [Bergeot & Bellizzi (2019), Mech Syst Sig Process]
  - SP N DDL (avec 2 modes instables) + 1 NES [Bergeot *et al.* (2020), Commun Nonlinear Sci Numer Simul]
  - **SP 1 DDL (VdP) + 1 NES bistable (BNES)** [Bergeot & Berger (2024), Physica D]
- Analyse à l'ordre ϵ
  - **SP N DDL + 1 NES** [Bergeot (2021), J Sound Vib]

Prise en compte de stochasticité

- SP + NES à paramètres incertains [Snoun *et al.* (2021)(2022), Eur J Mech A Solids]

  ⇒ Calcul de la **propension à être dans un régime d'atténuation** par des méthodes basées sur le chaos polynomial

  ⇒ Optimisation de NES sous incertitudes paramétriques
- SP 1 DDL (VdP) forcé par un faible bruit blanc + 1 NES [Bergeot (2023), Int J Non Linear Mech]

  Moyennisation stochastique + méthode de **Monte Carlo** :

  ⇒ Effet d'un forçage stochastique faible sur le phénomène de pompage énergétique

  ⇒ **Le bruit favorise les régimes de non atténuation**

Principaux résultats

Description du comportement dynamique par l'AGPS

- Analyse à l'ordre 0
  - SP 1 DDL (VdP) + M NES en parallèle [Bergeot & Bellizzi (2018), Nonlinear Dyn]
  - SP N DDL (avec 1 mode instable) + M NES [Bergeot & Bellizzi (2019), Mech Syst Sig Process]
  - SP N DDL (avec 2 modes instables) + 1 NES [Bergeot *et al.* (2020), Commun Nonlinear Sci Numer Simul]
  - **Résultat 2 : SP 1 DDL (VdP) + 1 NES bistable (BNES)** [Bergeot & Berger (2024), Physica D]
- Analyse à l'ordre ϵ
  - **Résultat 1 : SP $N = 1$ DDL (VdP) + 1 NES** [Bergeot (2021), J Sound Vib]

Prise en compte de stochasticité

- SP + NES à paramètres incertains [Snoun *et al.* (2021)(2022), Eur J Mech A Solids]

  ⇒ Calcul de la **propension à être dans un régime d'atténuation** par des méthodes basées sur le chaos polynomial

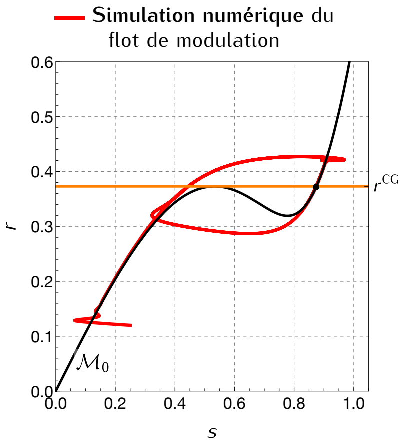
  ⇒ Optimisation de NES sous incertitudes paramétriques
- SP 1 DDL (VdP) forcé par un faible bruit blanc + 1 NES [Bergeot (2023), Int J Non Linear Mech]

  Moyennisation stochastique + méthode de **Monte Carlo** :

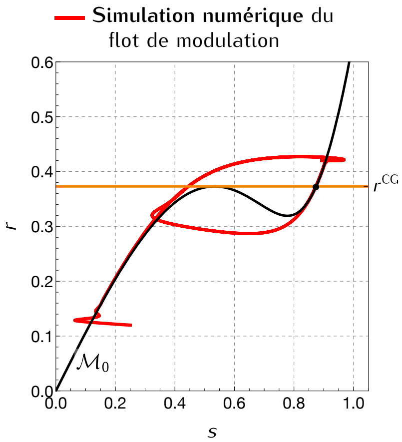
  ⇒ Effet d'un forçage stochastique faible sur le phénomène de pompage énergétique

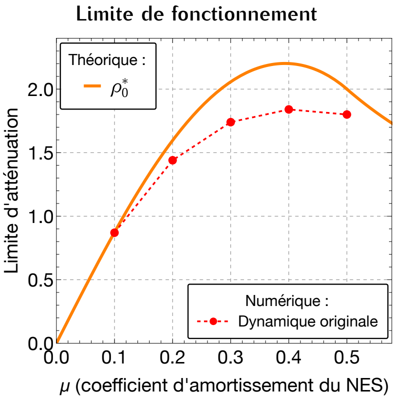
  ⇒ **Le bruit favorise les régimes de non atténuation**

Limitations de l'analyse à l'ordre 0 – Comparaison théorie/numérique pour $\boxed{\epsilon = 0.015}$



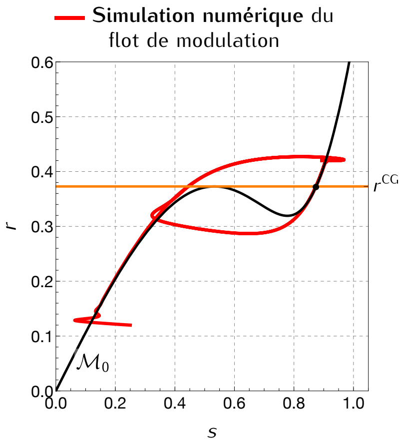
Limitations de l'analyse à l'ordre 0 – Comparaison théorie/numérique pour $\boxed{\epsilon = 0.015}$

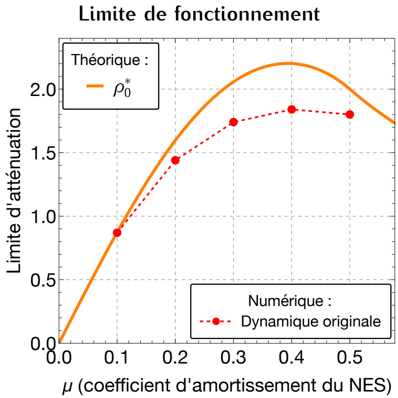




- **Pour les « grandes » valeurs de ϵ :** Sous-estimation du point d'arrivée $\Rightarrow$ Surestimation de la limite de fonctionnement

Limitations de l'analyse à l'ordre 0 – Comparaison théorie/numérique pour $\boxed{\epsilon = 0.015}$





- **Pour les « grandes » valeurs de ϵ :** Sous-estimation du point d'arrivée $\Rightarrow$ Surestimation de la limite de fonctionnement
- Pas de description de l'évolution de la limite de fonctionnement en fonction de ϵ

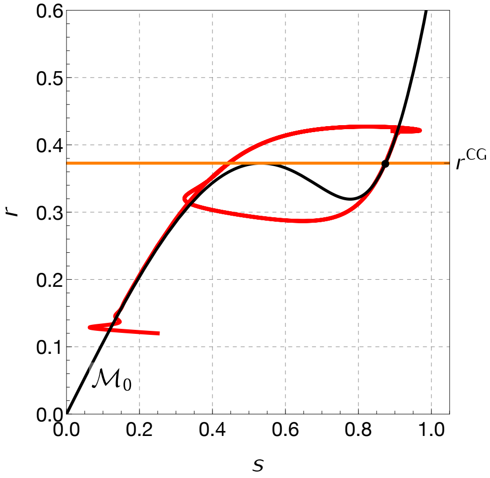
Réduction à la variété centrale au niveau du point-col gauche de la variété critique

Loi d'échelle

Expression analytique de s **en fonction** r **et** ϵ :

$$\boxed{s^\star(r,\epsilon) = s^{CG} + \epsilon^{1/3} K_1 \frac{\mathrm{Ai}'\left(-\epsilon^{-2/3} K_2 \left(r - r^{CG}\right)\right)}{\mathrm{Ai}\left(-\epsilon^{-2/3} K_2 \left(r - r^{CG}\right)\right)}}$$

- K_1 et K_2 : constantes dépendant des paramètres du modèle
- Ai et Ai$'$: fonction d'Airy et sa dérivée



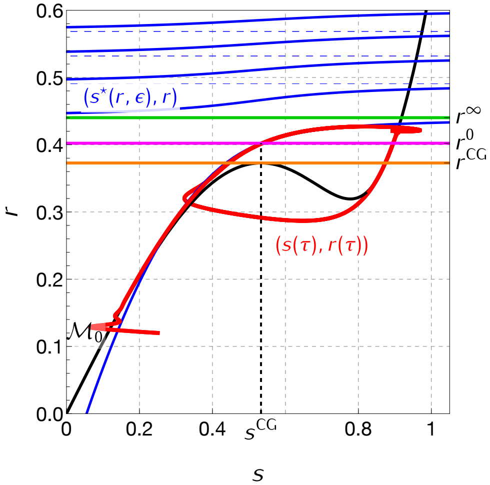
Réduction à la variété centrale au niveau du point-col gauche de la variété critique

Loi d'échelle

Expression analytique de s **en fonction** r **et** ϵ :

$$\boxed{s^\star(r,\epsilon) = s^{CG} + \epsilon^{1/3} K_1 \frac{\mathrm{Ai}'\left(-\epsilon^{-2/3} K_2 \left(r - r^{CG}\right)\right)}{\mathrm{Ai}\left(-\epsilon^{-2/3} K_2 \left(r - r^{CG}\right)\right)}}$$

- K_1 et K_2 : constantes dépendant des paramètres du modèle
- Ai et Ai$'$: fonction d'Airy et sa dérivée



Réduction à la variété centrale au niveau du point-col gauche de la variété critique

Loi d'échelle

Expression analytique de s **en fonction** r **et** ϵ :

$$\boxed{s^\star(r,\epsilon) = s^{\mathrm{CG}} + \epsilon^{1/3} K_1 \frac{\mathrm{Ai}'\left(-\epsilon^{-2/3} K_2 \left(r - r^{\mathrm{CG}}\right)\right)}{\mathrm{Ai}\left(-\epsilon^{-2/3} K_2 \left(r - r^{\mathrm{CG}}\right)\right)}}$$

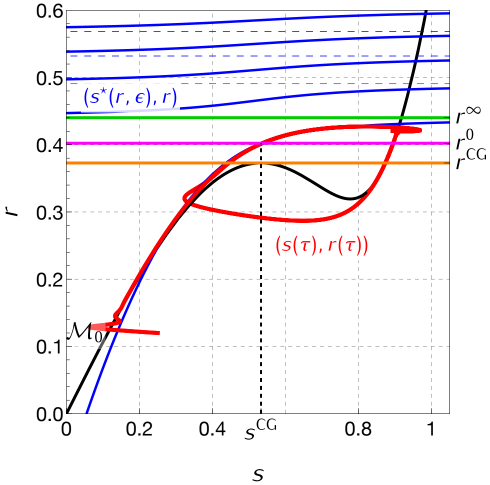
- K_1 et K_2 : constantes dépendant des paramètres du modèle
- Ai et Ai$'$: fonction d'Airy et sa dérivée

Nouvelle estimation du point d'arrivée (s^A, r^A)

$$\boxed{r^0 < r^a < r^\infty}$$

r^0 : défini tel que $s^\star(r) = s^{\mathrm{CG}}$
$\Rightarrow$ premier zéro de la dérivée de la fonction d'Airy

r^∞ : défini tel que $s^\star(r) \to \infty$
$\Rightarrow$ premier zéro de la fonction d'Airy



Nouvelle prédiction théorique de la limite de fonctionnement

À partir de l'analyse à l'ordre 0

Valeur de ρ (notée $\boxed{\rho_0^*}$) solution de :

$$\boxed{r_M^{\mathrm{e}} = r^{\mathrm{a}} = r^{\mathrm{CG}}}$$

À partir de la loi d'échelle

Borne inférieure : $\boxed{\rho_{\epsilon,\mathrm{inf}}^*}$ solution de :

$$\boxed{r_M^{\mathrm{e}} = r^{\mathrm{a}} = r^{\infty}}$$

Borne supérieure : $\boxed{\rho_{\epsilon,\mathrm{sup}}^*}$ solution de :

$$\boxed{r_M^{\mathrm{e}} = r^{\mathrm{a}} = r^{0}}$$

Nouvelle prédiction théorique de la limite de fonctionnement

À partir de l'analyse à l'ordre 0

Valeur de ρ (notée $\boxed{\rho_0^*}$) solution de :

$$\boxed{r_M^{\mathrm{e}} = r^{\mathrm{a}} = r^{\mathrm{CG}}}$$

À partir de la loi d'échelle

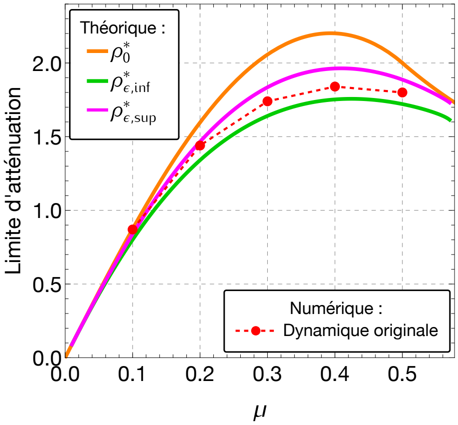
Borne inférieure : $\boxed{\rho_{\epsilon,\mathrm{inf}}^*}$ solution de :

$$\boxed{r_M^{\mathrm{e}} = r^{\mathrm{a}} = r^{\infty}}$$

Borne supérieure : $\boxed{\rho_{\epsilon,\mathrm{sup}}^*}$ solution de :

$$\boxed{r_M^{\mathrm{e}} = r^{\mathrm{a}} = r^{0}}$$

En fonction de μ pour $\boxed{\epsilon = 0.015}$:



Nouvelle prédiction théorique de la limite de fonctionnement

À partir de l'analyse à l'ordre 0

Valeur de ρ (notée $\boxed{\rho_0^*}$) solution de :

$$\boxed{r_M^{\mathrm{e}} = r^{\mathrm{a}} = r^{\mathrm{CG}}}$$

À partir de la loi d'échelle

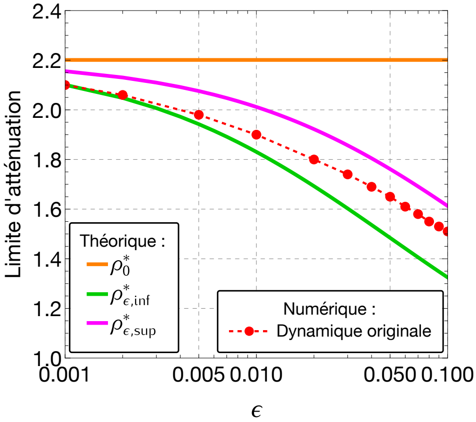
Borne inférieure : $\boxed{\rho_{\epsilon,\mathrm{inf}}^*}$ solution de :

$$\boxed{r_M^{\mathrm{e}} = r^{\mathrm{a}} = r^{\infty}}$$

Borne supérieure : $\boxed{\rho_{\epsilon,\mathrm{sup}}^*}$ solution de :

$$\boxed{r_M^{\mathrm{e}} = r^{\mathrm{a}} = r^{0}}$$

En fonction de ϵ pour $\boxed{\mu = 0.4}$:

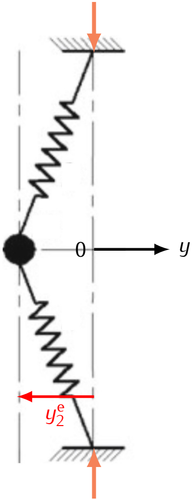


Bistable Nonlinear Energy Sink (BNES)

BNES = NES **cubique** avec en plus une **raideur linéaire négative** :

$$\boxed{\ddot{y} + \mu\dot{y} - \beta y + \alpha y^3 = 0}$$

- Position d'équilibre triviale $\boxed{y_0^e = 0}$ **instable**
- **2 deux positions d'équilibre stables** non triviales :
  - Position d'équilibre droite : $\boxed{y_1^e = \sqrt{\dfrac{\beta}{\alpha}}}$
  - Position d'équilibre gauche : $\boxed{y_2^e = -\sqrt{\dfrac{\beta}{\alpha}}}$



Position d'équilibre gauche

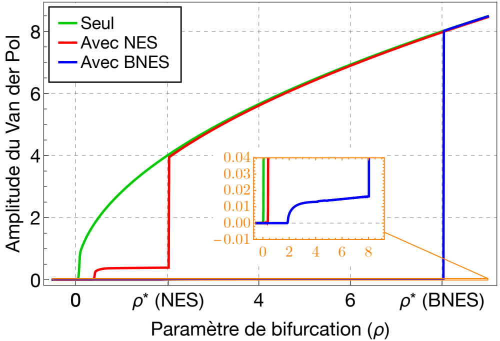


Diagramme de Bifurcation

- $\boxed{\rho^*(\text{NES}) \ll \rho^*(\text{BNES})}$
- Régimes d'atténuation d'amplitude très faible avec le BNES

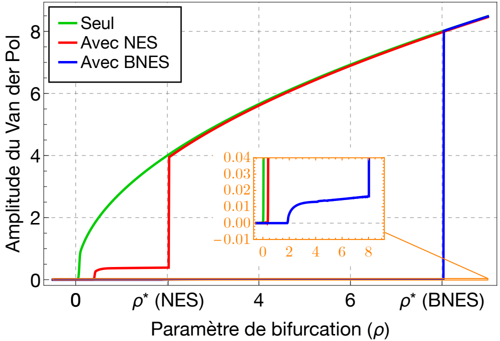


Diagramme de Bifurcation

- $\boxed{\rho^*(\text{NES}) \ll \rho^*(\text{BNES})}$
- Régimes d'atténuation d'amplitude très faible avec le BNES

⚠ **Robustesse**

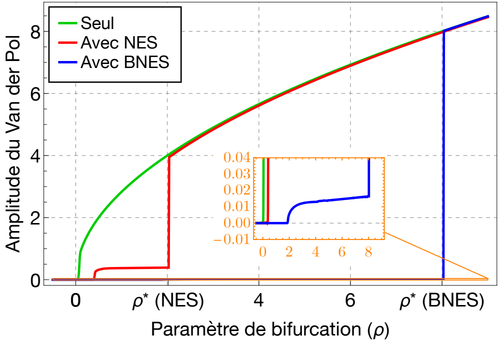


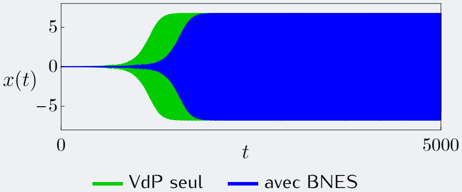
Diagramme de Bifurcation

- $\boxed{\rho^*(\text{NES}) \ll \rho^*(\text{BNES})}$
- Régimes d'atténuation d'amplitude très faible avec le BNES

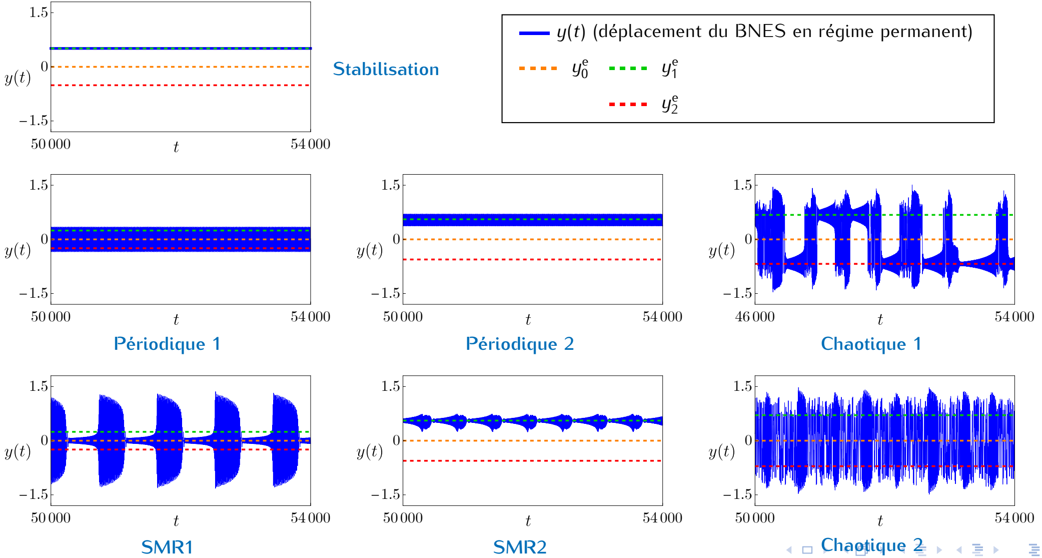
⚠ **Robustesse**

Identification des régimes

$\boxed{\rho > \rho^*}$: **pas d'atténuation (périodique)**



$\rho < \rho^*$: les 7 régimes d'atténuation



Analyse rapide-lente du Flot de modulation (à l'ordre 0)

⇒ **Hypothèse de résonance 1 : 1**

- $\boxed{u(t) = r(t)\sin(t + \theta_1(t))}$
- $\boxed{v(t) = b(t) + s(t)\sin(t + \theta_2(t))}$

↪ **Flot de modulation** :

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{r} &= \epsilon f(a, c, \delta) \\ \dot{b} &= g_1(b, c, \epsilon) \\ \dot{s} &= g_2(a, b, c, \delta) \\ \dot{\Delta} &= g_3(a, b, c, \delta, \epsilon) \end{aligned}}$$

Analyse rapide-lente du Flot de modulation (à l'ordre 0)

$\Rightarrow$ **Hypothèse de résonance 1 : 1**

- $\boxed{u(t) = r(t)\sin(t + \theta_1(t))}$
- $\boxed{v(t) = b(t) + s(t)\sin(t + \theta_2(t))}$

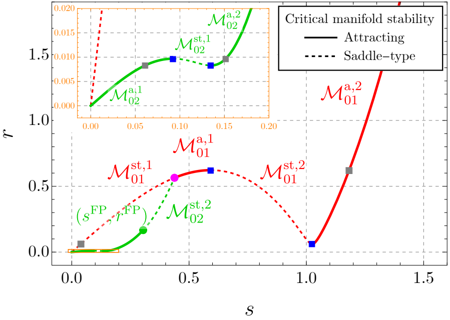
$\hookrightarrow$ **Flot de modulation** :

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{r} &= \epsilon f(a, c, \delta) \\ \dot{b} &= g_1(b, c, \epsilon) \\ \dot{s} &= g_2(a, b, c, \delta) \\ \dot{\Delta} &= g_3(a, b, c, \delta, \epsilon) \end{aligned}}$$

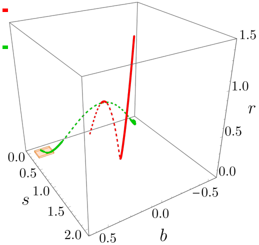
La variété critique $\mathcal{M}_0$ a deux banches :

$\boxed{\mathcal{M}_{01}}$: $\mathcal{M}_{01}^{a}$ (attractive) $\mathcal{M}_{01}^{st}$ (« répulsive »)

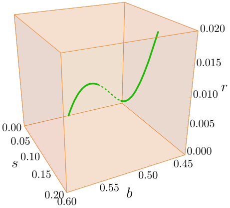
$\boxed{\mathcal{M}_{02}}$: $\mathcal{M}_{02}^{a}$ (attractive) $\mathcal{M}_{02}^{st}$ (« répulsive »)



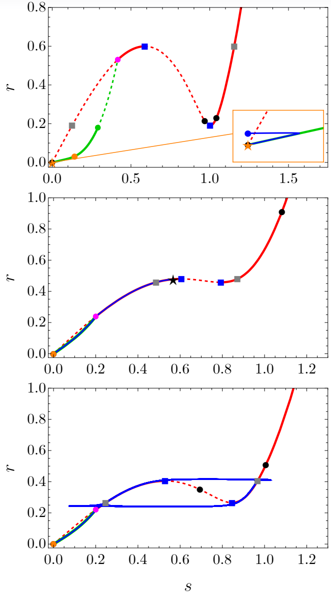
(a)



(b)



(c)

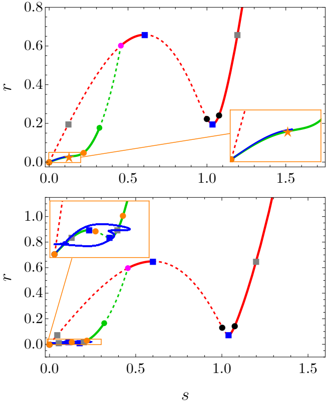


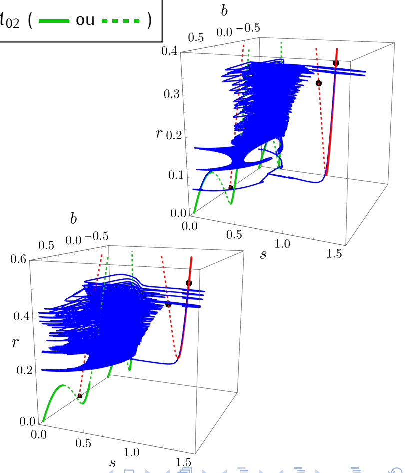
Dans le plan (s, r) :

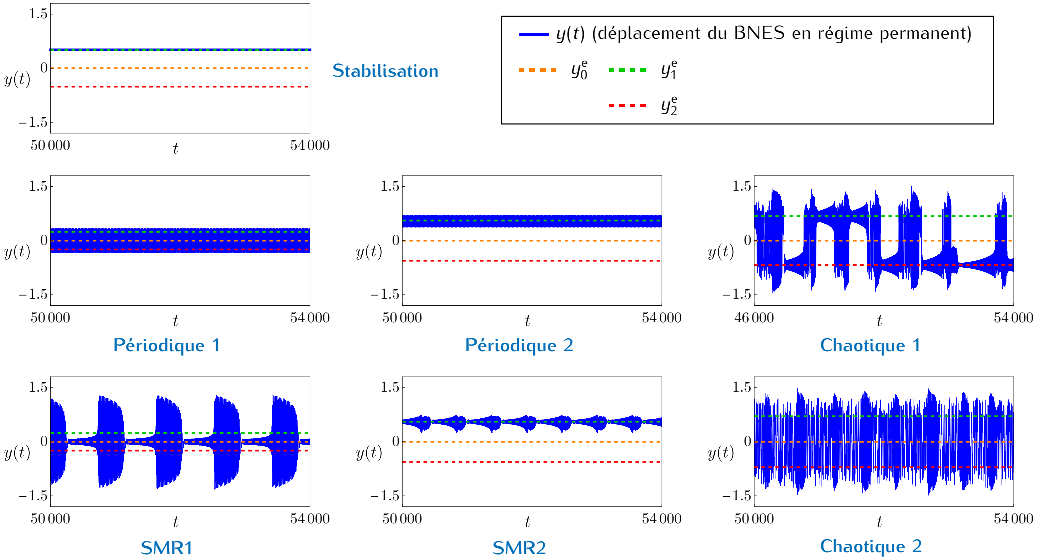
— Trajectoire du flot de modultion

$\star$ équilibres stables et $\bullet$ instables sur $\mathcal{M}_{01}$ (— ou - - -)

$\star$ équilibres stables et $\bullet$ instables sur $\mathcal{M}_{02}$ (— ou - - -)






$y(t)$ (déplacement du BNES en régime permanent)
y_0^e
y_1^e
y_2^e
Stabilisation
Périodique 1
Périodique 2
Chaotique 1
SMR1
SMR2
Chaotique 2
$y(t)$
t
1.5
0
−1.5
50 000
54 000
46 000

Plan

Modèle physique d'instrument à anche

- Système dynamique non linéaire reliant des **paramètres de contrôle** (**pression de souffle**, **force d'appui de la lèvre sur l'anche**) à des **variable de sorties** (pression acoustique dans le bec)
- Les études théoriques antérieures de la production effectuée à **paramètres de contrôle constants dans le temps** et montrent :
  - Apparition du son = **bifurcation de Hopf de la solution triviale** au profit d'une **solution périodique stable**
  - Présence de **multistabilité**

Constat : pendant les phases transitoires le musicien fait **varier les paramètres de contrôle dans le temps**

Problématique

Une variation dans le temps des paramètres = succession d'états d'équilibre ? Si non :

- Acoustique musicale : pendant un transitoire d'attaque, quelles conséquences :
  1. sur l'apparition du son ?
  2. sur le régime atteint en cas de multistabilité ?
- Générale : étude de systèmes dynamiques non linéaires à paramètre variable dans le temps quand
  1. **un point de bifurcation est croisé** (notion de **retard à la bifurcation**)
  2. **une zone de multistabilité est traversée** (notion de **bassin d'attraction « dynamique »**)

Travail présenté : cas d'une **variation linéaire** du paramètre de contrôle **« pression de souffle »**

Modèle physique d'instrument à anche

- Système dynamique non linéaire reliant des **paramètres de contrôle** (**pression de souffle**, **force d'appui de la lèvre sur l'anche**) à des **variable de sorties** (pression acoustique dans le bec)
- Les études théoriques antérieures de la production effectuée à **paramètres de contrôle constants dans le temps** et montrent :
  - Apparition du son = **bifurcation de Hopf de la solution triviale** au profit d'une **solution périodique stable**
  - Présence de **multistabilité**

Constat : pendant les phases transitoires le musicien fait **varier les paramètres de contrôle dans le temps**

Problématique

Une variation dans le temps des paramètres = succession d'états d'équilibre ? Si non :

- Acoustique musicale : pendant un transitoire d'attaque, quelles conséquences :
  1. sur l'apparition du son ?
  2. sur le régime atteint en cas de multistabilité ?
- Générale : étude de systèmes dynamiques non linéaires à paramètre variable dans le temps quand
  1. un point de bifurcation est croisé (notion de retard à la bifurcation)
  2. une zone de multistabilité est traversée (notion de bassin d'attraction « dynamique »)

Travail présenté : cas d'une **variation linéaire** du paramètre de contrôle **« pression de souffle »**

Modèle physique d'instrument à anche

- Système dynamique non linéaire reliant des **paramètres de contrôle** (**pression de souffle**, **force d'appui de la lèvre sur l'anche**) à des **variable de sorties** (pression acoustique dans le bec)
- Les études théoriques antérieures de la production effectuée à **paramètres de contrôle constants dans le temps** et montrent :
  - Apparition du son = **bifurcation de Hopf de la solution triviale** au profit d'une **solution périodique stable**
  - Présence de **multistabilité**

Constat : pendant les phases transitoires le musicien fait **varier les paramètres de contrôle dans le temps**

Problématique

Une variation dans le temps des paramètres = succession d'états d'équilibre ? Si non :

- **Acoustique musicale :** pendant un transitoire d'attaque, quelles conséquences :
  1. sur l'**apparition du son** ?
  2. sur le **régime atteint en cas de multistabilité** ?
- **Générale :** étude de systèmes dynamiques non linéaires à paramètre variable dans le temps quand
  1. **un point de bifurcation est croisé** (notion de retard à la bifurcation)
  2. **une zone de multistabilité est traversée** (notion de bassin d'attraction « dynamique »)

Travail présenté : cas d'une **variation linéaire** du paramètre de contrôle **« pression de souffle »**

Modèle physique d'instrument à anche

- Système dynamique non linéaire reliant des **paramètres de contrôle** (**pression de souffle**, **force d'appui de la lèvre sur l'anche**) à des **variable de sorties** (pression acoustique dans le bec)
- Les études théoriques antérieures de la production effectuée à **paramètres de contrôle constants dans le temps** et montrent :
  - Apparition du son = **bifurcation de Hopf de la solution triviale** au profit d'une **solution périodique stable**
  - Présence de **multistabilité**

Constat : pendant les phases transitoires le musicien fait **varier les paramètres de contrôle dans le temps**

Problématique

Une variation dans le temps des paramètres = succession d'états d'équilibre ? Si non :

- **Acoustique musicale :** pendant un transitoire d'attaque, quelles conséquences :
  1. sur l'**apparition du son** ?
  2. sur le **régime atteint en cas de multistabilité** ?
- **Générale :** étude de **systèmes dynamiques non linéaires à paramètre variable dans le temps** quand
  1. un **point de bifurcation est croisé** (notion de **retard à la bifurcation**)
  2. une **zone de multistabilité est traversée** (notion de **bassin d'attraction « dynamique »**)

Travail présenté : cas d'une **variation linéaire** du paramètre de contrôle **« pression de souffle »**

Modèle physique d'instrument à anche

- Système dynamique non linéaire reliant des **paramètres de contrôle** (**pression de souffle**, **force d'appui de la lèvre sur l'anche**) à des **variable de sorties** (pression acoustique dans le bec)
- Les études théoriques antérieures de la production effectuée à **paramètres de contrôle constants dans le temps** et montrent :
  - Apparition du son = **bifurcation de Hopf de la solution triviale** au profit d'une **solution périodique stable**
  - Présence de **multistabilité**

Constat : pendant les phases transitoires le musicien fait **varier les paramètres de contrôle dans le temps**

Problématique

Une variation dans le temps des paramètres = succession d'états d'équilibre ? Si non :

- **Acoustique musicale :** pendant un transitoire d'attaque, quelles conséquences :
  1. sur l'**apparition du son** ?
  2. sur le **régime atteint en cas de multistabilité** ?
- **Générale :** étude de **systèmes dynamiques non linéaires à paramètre variable dans le temps** quand
  1. un **point de bifurcation est croisé** (notion de **retard à la bifurcation**)
  2. une **zone de multistabilité est traversée** (notion de **bassin d'attraction « dynamique »**)

Travail présenté : cas d'une **variation linéaire** du paramètre de contrôle **« pression de souffle »**

Modèle physique d'instrument à anche

- Système dynamique non linéaire reliant des **paramètres de contrôle** (**pression de souffle**, **force d'appui de la lèvre sur l'anche**) à des **variable de sorties** (pression acoustique dans le bec)
- Les études théoriques antérieures de la production effectuée à **paramètres de contrôle constants dans le temps** et montrent :
  - Apparition du son = **bifurcation de Hopf de la solution triviale** au profit d'une **solution périodique stable**
  - Présence de **multistabilité**

Constat : pendant les phases transitoires le musicien fait **varier les paramètres de contrôle dans le temps**

Problématique

Une variation dans le temps des paramètres = succession d'états d'équilibre ? Si non :

- **Acoustique musicale :** pendant un transitoire d'attaque, quelles conséquences :
  1. sur l'**apparition du son** ?
  2. sur le **régime atteint en cas de multistabilité** ?
- **Générale :** étude de **systèmes dynamiques non linéaires à paramètre variable dans le temps** quand
  1. un **point de bifurcation est croisé** (notion de **retard à la bifurcation**)
  2. une **zone de multistabilité est traversée** (notion de **bassin d'attraction « dynamique »**)

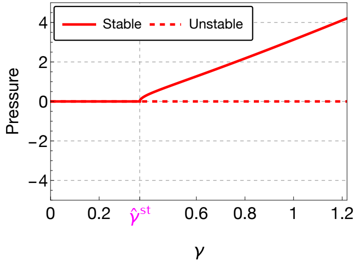
Travail présenté : cas d'une **variation linéaire** du paramètre de contrôle **« pression de souffle »**

Retard à la bifurcation

Mise en évidence numérique avec un modèle très simple d'instrument à anche

- **Variables de sortie :** p (pression acoustique dans le bec) et $\dot{p}$
- **Paramètre de contrôle (ou de bifurcation) :** γ (pression de souffle statique)
  ⚠ vocabulaire : **statique** $= \gamma$ constant ; **dynamique** $= \gamma$ varie dans le temps
- **Bifurcation « statique » de Hopf :** silence (point fixe trivial) $\rightarrow$ note (solution périodique)
  $\Rightarrow$ $\hat{\gamma}^{st}$: point de bifurcation de Hopf **statique**

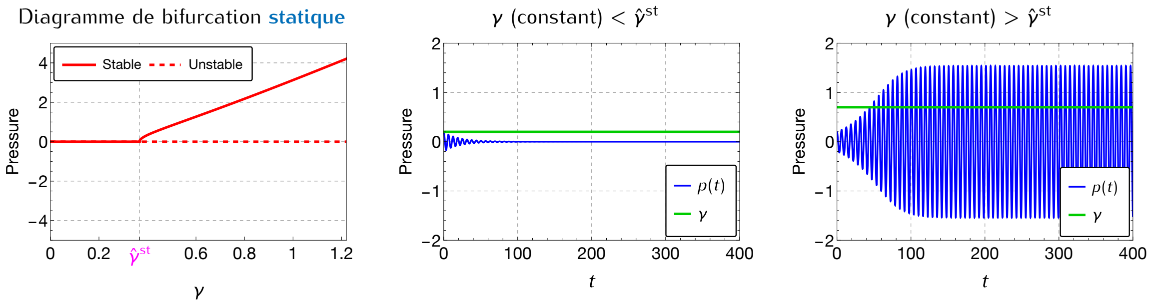
Diagramme de bifurcation **statique**



Retard à la bifurcation

Mise en évidence numérique avec un modèle très simple d'instrument à anche

- **Variables de sortie :** p (pression acoustique dans le bec) et $\dot{p}$
- **Paramètre de contrôle (ou de bifurcation) :** γ (pression de souffle statique)
  ⚠ vocabulaire : **statique** $= \gamma$ constant ; **dynamique** $= \gamma$ varie dans le temps
- **Bifurcation « statique » de Hopf :** silence (point fixe trivial) → note (solution périodique)
  $\Rightarrow$ $\hat{\gamma}^{st}$: point de bifurcation de Hopf **statique**

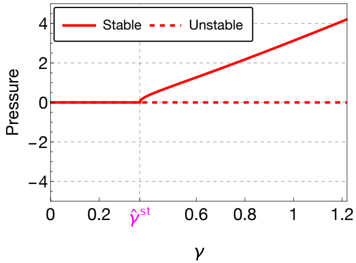


Retard à la bifurcation

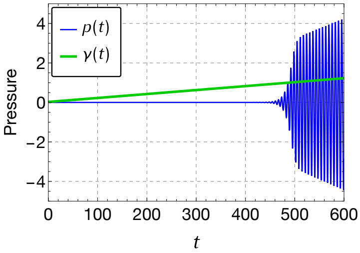
Mise en évidence numérique avec un modèle très simple d'instrument à anche

- **Variables de sortie :** p (pression acoustique dans le bec) et $\dot{p}$
- **Paramètre de contrôle (ou de bifurcation) :** γ (pression de souffle statique)
  ⚠ vocabulaire : **statique** = γ constant ; **dynamique** = γ varie dans le temps
- **Bifurcation « statique » de Hopf :** silence (point fixe trivial) → note (solution périodique)
  ⇒ $\hat{\gamma}^{st}$: point de bifurcation de Hopf **statique**

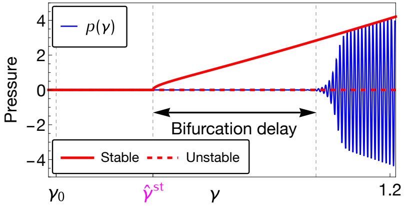
Diagramme de bifurcation **statique**



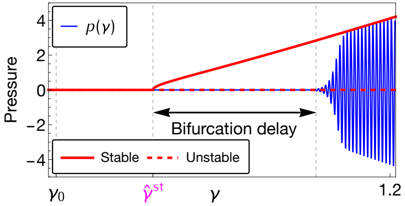
γ varie linéairement dans le temps



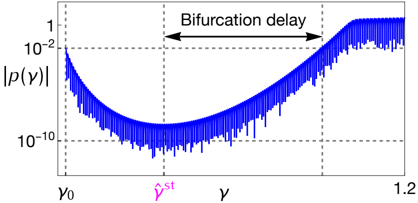
Échelle **linéaire** en ordonnée



Échelle **linéaire** en ordonnée



Échelle **logarithmique** en ordonnée



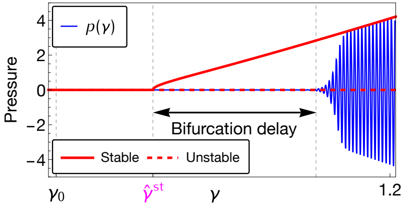
Origine du retard à la bifurcation

Quand $\gamma(t)$ augmente, l'amplitude de $p(\gamma)$:

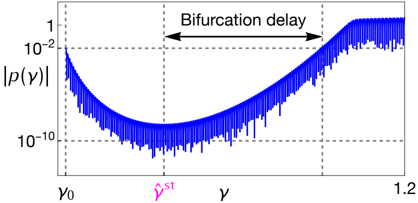
- diminue et se rapproche de zéro quand $\boxed{\gamma(t) < \hat{\gamma}^{st}}$

  $\Rightarrow$ Amplitude **microscopique**

Échelle **linéaire** en ordonnée



Échelle **logarithmique** en ordonnée



Origine du retard à la bifurcation

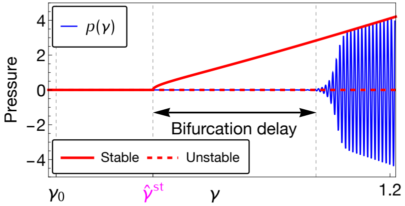
Quand $\gamma(t)$ augmente, l'amplitude de $p(\gamma)$:

- diminue et **se rapproche de zéro** quand $\boxed{\gamma(t) < \hat{\gamma}^{st}}$

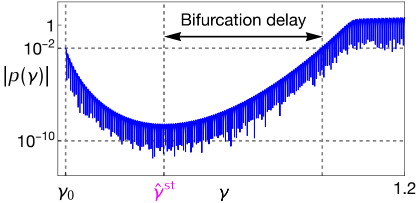
  $\Rightarrow$ Amplitude **microscopique**

- atteint un **minimum** quand $\boxed{\gamma(t) = \hat{\gamma}^{st}}$

Échelle **linéaire** en ordonnée



Échelle **logarithmique** en ordonnée

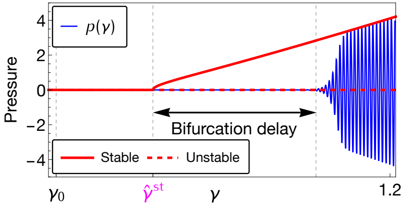


Origine du retard à la bifurcation

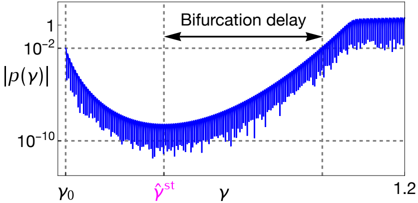
Quand $\gamma(t)$ augmente, l'amplitude de $p(\gamma)$:

- diminue et se rapproche de zéro quand $\boxed{\gamma(t) < \hat{\gamma}^{st}}$
  $\Rightarrow$ Amplitude **microscopique**
- atteint un minimum quand $\boxed{\gamma(t) = \hat{\gamma}^{st}}$
- augmente quand $\boxed{\gamma(t) > \hat{\gamma}^{st}}$ pour retrouver des valeurs **macroscopique** à partir de $\boxed{|p(\gamma)| = |p(\gamma_0)|}$

Échelle **linéaire** en ordonnée



Échelle **logarithmique** en ordonnée



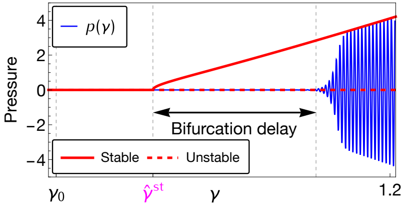
Origine du retard à la bifurcation

Quand $\gamma(t)$ augmente, l'amplitude de $p(\gamma)$:

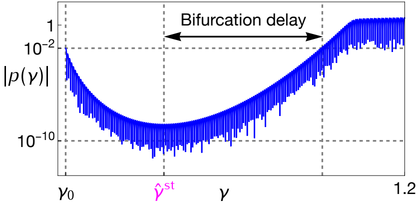
- diminue et se rapproche de zéro quand $\boxed{\gamma(t) < \hat{\gamma}^{st}}$
  $\Rightarrow$ Amplitude **microscopique**
- atteint un minimum quand $\boxed{\gamma(t) = \hat{\gamma}^{st}}$
- augmente quand $\boxed{\gamma(t) > \hat{\gamma}^{st}}$ pour retrouver des valeurs **macroscopique** à partir de $\boxed{|p(\gamma)| = |p(\gamma_0)|}$

$\Rightarrow$ **Effet de retard**

Échelle **linéaire** en ordonnée



Échelle **logarithmique** en ordonnée



Origine du retard à la bifurcation

Quand $\gamma(t)$ augmente, l'amplitude de $p(\gamma)$:

- diminue et se rapproche de zéro quand $\boxed{\gamma(t) < \hat{\gamma}^{st}}$
  $\Rightarrow$ Amplitude **microscopique**
- atteint un minimum quand $\boxed{\gamma(t) = \hat{\gamma}^{st}}$
- augmente quand $\boxed{\gamma(t) > \hat{\gamma}^{st}}$ pour retrouver des valeurs **macroscopique** à partir de $\boxed{|p(\gamma)| = |p(\gamma_0)|}$

$\Rightarrow$ **Effet de retard**

Mise en évidence expérimentale (bouche artificielle + clarinette de laboratoire) : [Bergeot *et al.* (2014), J Acoust Soc Am]

Nécessité d'une modélisation stochastique

Le bruit (physique ou numérique) **réduit le retard à la bifurcation** et doit être **pris en compte** dans les modèles

Nécessité d'une modélisation stochastique

Le bruit (physique ou numérique) **réduit le retard à la bifurcation** et doit être **pris en compte** dans les modèles

Modèle stochastique retenu (très simple)

Instrument à anche $\equiv$

Oscillateur de type Van der Pol (en p) avec :

- Pression de souffle $\gamma(t)$ **variant lentement** dans le temps
- Forçage stochastique faible de type **bruit blanc**

Nécessité d'une modélisation stochastique

Le bruit (physique ou numérique) **réduit le retard à la bifurcation** et doit être **pris en compte** dans les modèles

Modèle stochastique retenu (très simple)

Instrument à anche $\equiv$

Oscillateur de type Van der Pol (en p) avec :

- Pression de souffle $\gamma(t)$ **variant lentement** dans le temps
- Forçage stochastique faible de type **bruit blanc**

Après **moyennisation stochastique** :

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x} &= f(x,\gamma) + \sigma\xi(t) \\ \dot{\gamma} &= \epsilon \end{aligned}}$$

$\Rightarrow$ Système rapide-lent **stochastique** avec :

$\boxed{x(t) \text{ l'amplitude de } p(t) : \textbf{variable rapide}}$

$\boxed{\gamma : \textbf{variable lente}}$; $\boxed{\xi(t) : \textbf{bruit blanc}}$

Nécessité d'une modélisation stochastique

Le bruit (physique ou numérique) **réduit le retard à la bifurcation** et doit être **pris en compte** dans les modèles

Modèle stochastique retenu (très simple)

Instrument à anche $\equiv$

Oscillateur de type Van der Pol (en p) avec :

- Pression de souffle $\gamma(t)$ **variant lentement** dans le temps
- Forçage stochastique faible de type **bruit blanc**

Après **moyennisation stochastique** :

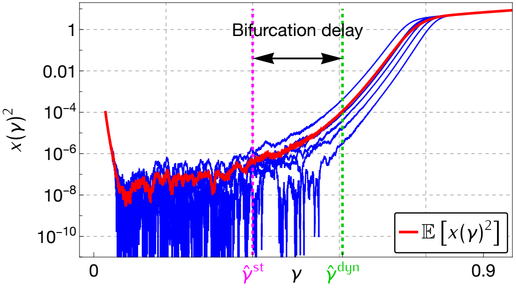
$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \gamma) + \sigma\xi(t) \\ \dot{\gamma} &= \epsilon \end{aligned}}$$

$\Rightarrow$ Système rapide-lent **stochastique** avec :

$\boxed{x(t) \text{ l'amplitude de } p(t) : \textbf{variable rapide}}$

$\boxed{\gamma : \textbf{variable lente}}$; $\boxed{\xi(t) : \textbf{bruit blanc}}$

6 réalisations du modèle



Nécessité d'une modélisation stochastique

Le bruit (physique ou numérique) **réduit le retard à la bifurcation** et doit être **pris en compte** dans les modèles

Modèle stochastique retenu (très simple)

Instrument à anche $\equiv$

Oscillateur de type Van der Pol (en p) avec :

- Pression de souffle $\gamma(t)$ **variant lentement** dans le temps
- Forçage stochastique faible de type **bruit blanc**

Après **moyennisation stochastique** :

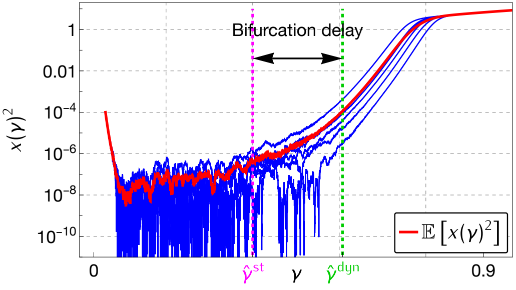
$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x} &= f(x,\gamma) + \sigma \xi(t) \\ \dot{\gamma} &= \epsilon \end{aligned}}$$

$\Rightarrow$ Système rapide-lent **stochastique** avec :

$\boxed{x(t) \text{ l'amplitude de } p(t) : \textbf{variable rapide}}$

$\boxed{\gamma : \textbf{variable lente}}$; $\boxed{\xi(t) : \textbf{bruit blanc}}$

6 réalisations du modèle



Définition : Point de bifurcation dynamique $\hat{\gamma}^{dyn}$

Valeur de γ telle que $\boxed{\mathbb{E}\left[x(\gamma)^2\right] = x(\gamma_0)^2}$

Prédiction analytique du retard à la bifurcation

Solution analytique de :

$$\boxed{\begin{aligned}\dot{x} &= f(x,\gamma) + \sigma\xi(t)\\ \dot{\gamma} &= \epsilon\end{aligned}}$$

[Bergeot & Vergez (2022), Nonlinear Dyn]

Prédiction analytique du retard à la bifurcation

Solution analytique de :

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \gamma) + \sigma\xi(t) \\ \dot{\gamma} &= \epsilon \end{aligned}}$$

[Bergeot & Vergez (2022), Nonlinear Dyn]

⇒ **Trois régimes identifiés** [Berglund & Gentz (2006), Springer] :

Régime I	**Régime II**	**Régime III**
Déterministe	Stochastique (σ petit)	Stochastique (σ grand)

Prédiction analytique du retard à la bifurcation

Solution analytique de :

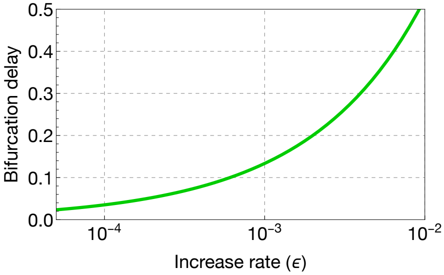
$$\boxed{\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, y) + \sigma\xi(t)\\ \dot{y} &= \epsilon\end{aligned}}$$

[Bergeot & Vergez (2022), Nonlinear Dyn]

⇒ **Trois régimes identifiés** [Berglund & Gentz (2006), Springer] :

Régime I	Régime II	Régime III
Déterministe	Stochastique (σ petit)	Stochastique (σ grand)

Analytique : en fonction de ϵ



Prédiction analytique du retard à la bifurcation

Solution analytique de :

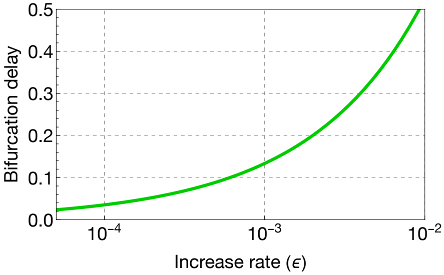
$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, y) + \sigma\xi(t) \\ \dot{y} &= \epsilon \end{aligned}}$$

[Bergeot & Vergez (2022), Nonlinear Dyn]

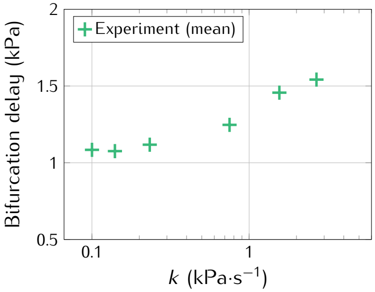
⇒ **Trois régimes identifiés** [Berglund & Gentz (2006), Springer] :

Régime I	Régime II	Régime III
Déterministe	Stochastique (σ petit)	Stochastique (σ grand)

Analytique : en fonction de ϵ



Expérimental : en fonction de $k \propto \epsilon$:



[Bergeot *et al.* (2014), J Acoust Soc Am]

Contexte

Modèle simplifié d'instrument à anche (déterministe)

Un système rapide-lent

$$\boxed{\begin{aligned}\dot{x} &= f(x,\gamma)\\ \dot{\gamma} &= \epsilon\end{aligned}}$$

Sous-système rapide

$$\boxed{\begin{aligned}\dot{x} &= f(x,\gamma)\\ \dot{\gamma} &= 0\end{aligned}}$$

Sous-système lent

$$\boxed{\begin{aligned}0 &= f(x,\gamma)\\ \gamma' &= 1\end{aligned}}$$

x : amplitude de la pression dans le bec p (**variable rapide**)
γ : pression de souffle (**variable lente**)

Contexte

Modèle simplifié d'instrument à anche (déterministe)

Un système rapide-lent

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \gamma) \\ \dot{\gamma} &= \epsilon \end{aligned}$$

Sous-système rapide

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \gamma) \\ \dot{\gamma} &= 0 \end{aligned}$$

Sous-système lent

$$\begin{aligned} 0 &= f(x, \gamma) \\ \gamma' &= 1 \end{aligned}$$

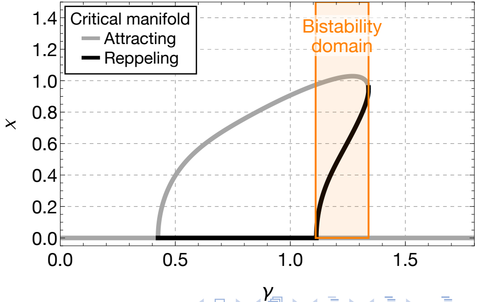
x : amplitude de la pression dans le bec p (**variable rapide**)
γ : pression de souffle (**variable lente**)

Variété critique :

- Est définie par :

$$\boxed{\mathcal{M}_0 = \left\{(x, \gamma) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x, \gamma) = 0\right\}}$$

- = Diagramme de bifurcation statique
- Possède un domaine de bistabilité

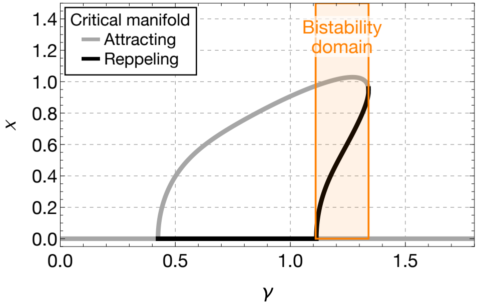


Contexte

Bassin d'attraction statique (γ = constante)

Dans la région de bistabilité $\boxed{f(x,\gamma)=0}$ a 3 solutions :

$\Rightarrow$ 2 équilibres stables (branches attractives de $\mathcal{M}_0$), **1 équilibre instable** (branche répulsive de $\mathcal{M}_0$)



Contexte

Bassin d'attraction statique (γ = constante)

Dans la région de bistabilité $\boxed{f(x, \gamma) = 0}$ a 3 solutions :

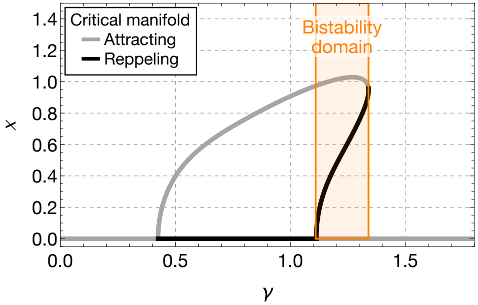
$\Rightarrow$ 2 équilibres stables (branches attractives de $\mathcal{M}_0$), **1 équilibre instable** (branche répulsive de $\mathcal{M}_0$)

Definition (Bassin d'attraction statique)

Pour une **solution stable donnée** du sous-système rapide, le bassin d'attraction statique (BAS) est l'ensemble des conditions initiales conduisant à cette solution.

Definition (Séparatrice entre 2 BAS)

Frontière dans l'espace des phases qui sépare deux BAS.



Contexte

Bassin d'attraction statique (γ = constante)

Dans la région de bistabilité $\boxed{f(x,\gamma)=0}$ a 3 solutions :

$\Rightarrow$ 2 équilibres stables (branches attractives de $\mathcal{M}_0$), **1 équilibre instable** (branche répulsive de $\mathcal{M}_0$)

Definition (Bassin d'attraction statique)

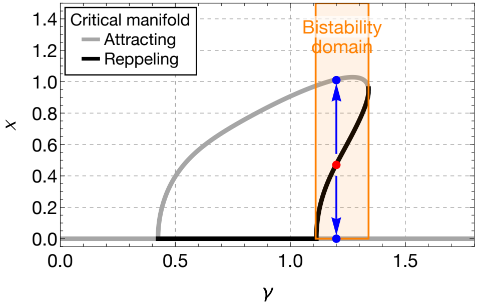
Pour une **solution stable donnée** du sous-système rapide, le bassin d'attraction statique (BAS) est l'ensemble des conditions initiales conduisant à cette solution.

Definition (Séparatrice entre 2 BAS)

Frontière dans l'espace des phases qui sépare deux BAS.

Nature de la séparatrice

Solution instable



Contexte

Bassin d'attraction statique (γ = constante)

Dans la région de bistabilité $\boxed{f(x,\gamma)=0}$ a 3 solutions :

$\Rightarrow$ 2 équilibres stables (branches attractives de $\mathcal{M}_0$), **1 équilibre instable** (branche répulsive de $\mathcal{M}_0$)

Definition (Bassin d'attraction statique)

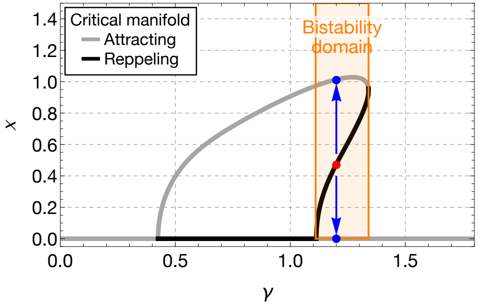
Pour une **solution stable donnée** du sous-système rapide, le bassin d'attraction statique (BAS) est l'ensemble des conditions initiales conduisant à cette solution.

Definition (Séparatrice entre 2 BAS)

Frontière dans l'espace des phases qui sépare deux BAS.

Nature de la séparatrice

Solution instable



Comment **évolue la notion de bassin d'attraction dans le** cas dynamique ?

Problématique

Bassin d'attraction « dynamique »

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, y) \\ \dot{y} &= \epsilon \end{aligned}} \qquad (1)$$

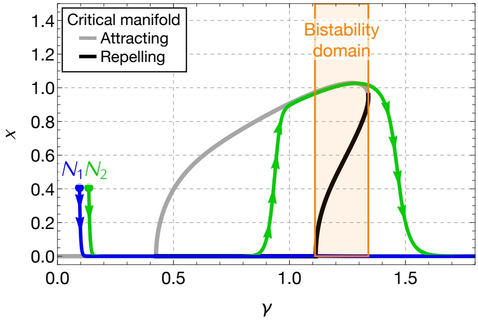
- Partant d'une condition initiale donnée, quelle branche attractive de la variété critique la trajectoire de (1) va-t-elle longer quand elle traversera la zone de bistabilité ?

Problématique

Bassin d'attraction « dynamique »

$$\boxed{\begin{aligned}\dot{x} &= f(x,\gamma)\\ \dot{\gamma} &= \epsilon\end{aligned}} \qquad (1)$$

- Partant d'une condition initiale donnée, quelle branche attractive de la variété critique la trajectoire de (1) va-t-elle longer quand elle traversera la zone de bistabilité ?

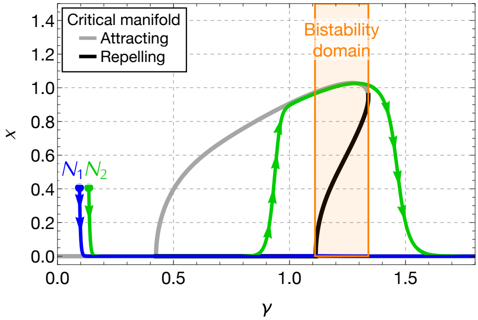


Problématique

Bassin d'attraction « dynamique »

$$\boxed{\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, \gamma)\\ \dot{\gamma} &= \epsilon\end{aligned}} \qquad (1)$$

- Partant d'une condition initiale donnée, quelle branche attractive de la variété critique la trajectoire de (1) va-t-elle longer quand elle traversera la zone de bistabilité ?



Théorème (Fenichel 1979)

Si $\mathcal{M}_0$ de (1) est **attractive** ou **répulsive** alors il existe une **variété invariante** $\mathcal{M}_\epsilon$ (c.-à-d. une solution de (1) quand $0 < \epsilon \ll 1$) qui est **$\mathcal{O}(\epsilon)$-proche de $\mathcal{M}_0$**. $\mathcal{M}_\epsilon$ possède les **mêmes propriétés de stabilité que $\mathcal{M}_0$**.

Définitions et résultats [Bergeot, Terrien & Vergez (2024), Chaos]

Dans le domaine de bistabilité
3 variétés invariantes

- Variété critique : 2 attractives $\mathcal{M}_{0,a_1}$ et $\mathcal{M}_{0,a_2}$ et 1 répulsive $\mathcal{M}_{0,r}$
- Variétés invariantes : 2 attractives $\mathcal{M}_{\epsilon,a_1}$ et $\mathcal{M}_{\epsilon,a_2}$ et 1 répulsive $\mathcal{M}_{\epsilon,r}$

DÉFINITIONS ET RÉSULTATS [Bergeot, Terrien & Vergez (2024), Chaos]

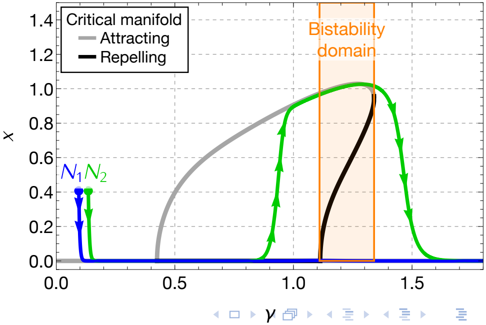
Dans le domaine de bistabilité
3 variétés invariantes

- Variété critique : 2 attractives $\mathcal{M}_{0,\mathrm{a}_1}$ et $\mathcal{M}_{0,\mathrm{a}_2}$ et 1 répulsive $\mathcal{M}_{0,\mathrm{r}}$
- Variétés invariantes : 2 attractives $\mathcal{M}_{\epsilon,\mathrm{a}_1}$ et $\mathcal{M}_{\epsilon,\mathrm{a}_2}$ et 1 répulsive $\mathcal{M}_{\epsilon,\mathrm{r}}$

DÉFINITIONS : BASSIN D'ATTRACTION DYNAMIQUE (BAD) ET SÉPARATRICE ENTRE BAD (SBAD)

Le BAD d'une branche attractive $\mathcal{M}_{\epsilon,\mathrm{a}_i}$ $(i = 1, 2)$ est la région de l'espace des phases pour laquelle les trajectoires provenant de conditions initiales dans le BAD finissent par longer $\mathcal{M}_{\epsilon,\mathrm{a}_i}$ quand le domaine de bistabilité est traversé.

La SDBA est la frontière dans l'espace des phases qui sépare deux BAD.



Définitions et résultats [Bergeot, Terrien & Vergez (2024), Chaos]

Dans le domaine de bistabilité
3 variétés invariantes

- Variété critique : 2 attractives $\mathcal{M}_{0,\mathrm{a}_1}$ et $\mathcal{M}_{0,\mathrm{a}_2}$ et 1 répulsive $\mathcal{M}_{0,\mathrm{r}}$
- Variétés invariantes : 2 attractives $\mathcal{M}_{\epsilon,\mathrm{a}_1}$ et $\mathcal{M}_{\epsilon,\mathrm{a}_2}$ et 1 répulsive $\mathcal{M}_{\epsilon,\mathrm{r}}$

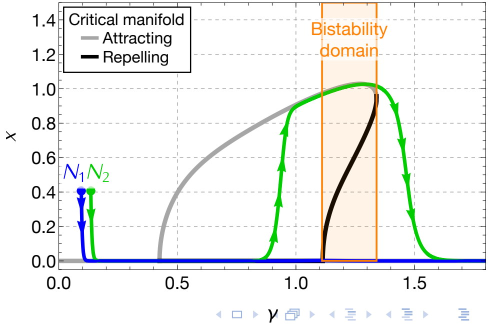
Définitions : Bassin d'attraction dynamique (BAD) et séparatrice entre BAD (SBAD)

Le BAD d'une branche attractive $\mathcal{M}_{\epsilon,\mathrm{a}_i}$ $(i = 1, 2)$ est la région de l'espace des phases pour laquelle les trajectoires provenant de conditions initiales dans le BAD finissent par longer $\mathcal{M}_{\epsilon,\mathrm{a}_i}$ quand le domaine de bistabilité est traversé.

La SDBA est la frontière dans l'espace des phases qui sépare deux BAD.

Nature de la séparatrice

La SBAD est $\mathcal{M}_{\epsilon,\mathrm{r}}$ considérée au-delà de la limite inférieure du domaine de bistabilité



DÉFINITIONS ET RÉSULTATS [Bergeot, Terrien & Vergez (2024), Chaos]

Dans le domaine de bistabilité
3 variétés invariantes

- Variété critique : 2 attractives $\mathcal{M}_{0,a_1}$ et $\mathcal{M}_{0,a_2}$ et 1 répulsive $\mathcal{M}_{0,r}$
- Variétés invariantes : 2 attractives $\mathcal{M}_{\epsilon,a_1}$ et $\mathcal{M}_{\epsilon,a_2}$ et 1 répulsive $\mathcal{M}_{\epsilon,r}$

DÉFINITIONS : BASSIN D'ATTRACTION DYNAMIQUE (BAD) ET SÉPARATRICE ENTRE BAD (SBAD)

Le BAD d'une branche attractive $\mathcal{M}_{\epsilon,a_i}$ $(i = 1, 2)$ est la région de l'espace des phases pour laquelle les trajectoires provenant de conditions initiales dans le BAD finissent par longer $\mathcal{M}_{\epsilon,a_i}$ quand le domaine de bistabilité est traversé.

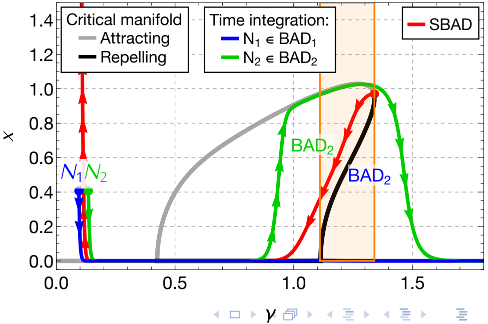
La SDBA est la frontière dans l'espace des phases qui sépare deux BAD.

NATURE DE LA SÉPARATRICE

La SBAD est $\mathcal{M}_{\epsilon,r}$ considérée au-delà de la limite inférieure du domaine de bistabilité

En pratique :

SBAD approchée numériquement au moyen d'une **procédure de retournement temporel** car ici **$\mathcal{M}_{\epsilon,r}$ est attractive en temps inversé**.



Plan

Troisième partie

Perspectives à court et moyen terme

Plan

Projets autour du contrôle et de la récupération d'énergie vibratoire

Projet BQR INSA CVL (2023-2024) et Projet académique régional CoREVE* (2024-2026)

*Contrôle et Récupération d'Énergie Vibratoire dans les Éoliennes

Projets autour du contrôle et de la récupération d'énergie vibratoire

Projet BQR INSA CVL (2023-2024) et Projet académique régional CoREVE* (2024-2026)

Contexte

Collab. GREMAN** + DSG DPT2MA*** (INSA CVL) + Travaux théoriques récents [Bergeot & Berger (2024), Physica D]

*Contrôle et Récupération d'Énergie Vibratoire dans les Éoliennes
**Laboratoire multidisciplinaire en matériaux, microélectronique, acoustique et nanotechnologies (UMR 7347)
***Déploiement de Plateformes Technologiques en Matériaux, Mécanique et Acoustique ultrasonore

Projets autour du contrôle et de la récupération d'énergie vibratoire

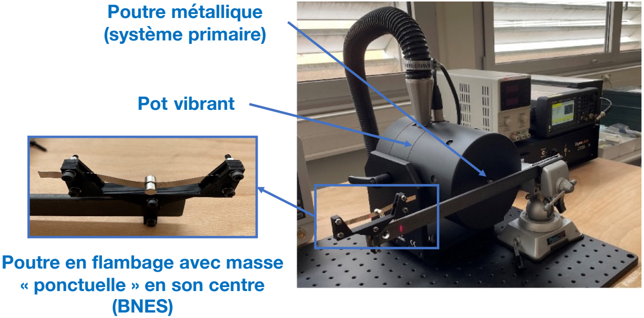
Projet BQR INSA CVL (2023-2024) et Projet académique régional CoREVE* (2024-2026)

Contexte

Collab. GREMAN** + DSG DPT2MA*** (INSA CVL) + Travaux théoriques récents [Bergeot & Berger (2024), Physica D]

Conception d'un banc d'essai pour :

- L'atténuation de résonance vibratoire au moyen d'un BNES
  [Iurasov & Mattei (2020), Nonlinear Dyn]
- La récupération de l'énergie vibratoire absorbée par le BNES à l'aide d'un patch piézoélectrique



*Contrôle et Récupération d'Énergie Vibratoire dans les Éoliennes
**Laboratoire multidisciplinaire en matériaux, microélectronique, acoustique et nanotechnologies (UMR 7347)
***Déploiement de Plateformes Technologiques en Matériaux, Mécanique et Acoustique ultrasonore

Projets autour du contrôle et de la récupération d'énergie vibratoire

Projet BQR INSA CVL (2023-2024) et Projet académique régional CoREVE (2024-2026)

Objectifs

Académique : mieux comprendre les mécanismes sous-jacents aux phénomènes de pompage énergétique et de conversion d'énergie mécano-électrique impliquant un NES bistable associé à un patch piézoélectrique

Application
mettre en place à un dispositif permettant de :

Énergie vibratoire → Énergie électrique →

Structure primaire
Pales d'éolienne

BNES

Patch piézoélectrique

Capteurs
Surveillance sans fils

Étapes

- Analyse rapide-lente de modèles académiques (continuité de [Bergeot & Berger (2024), Physica D])
- Simulations temporelles de modèles complexes : éoliennes + BNES (ou réseau de BNES)
- Finalisation du banc d'essai + campagne de mesures

Moyens humains

BQR : 2 stages de Master 2   **Projet CoREVE :** 2 ans de post-doctorat

Projets autour du contrôle et de la récupération d'énergie vibratoire

Projet BQR INSA CVL (2023-2024) et Projet académique régional CoREVE (2024-2026)

Objectifs

Académique : mieux comprendre les mécanismes sous-jacents aux phénomènes de pompage énergétique et de conversion d'énergie mécano-électrique impliquant un NES bistable associé à un patch piézoélectrique

Application
mettre en place à un dispositif permettant de :

Énergie vibratoire

Énergie électrique

Structure primaire
Pales d'éolienne

BNES

Patch piézoélectrique

Capteurs
Surveillance sans fils

Étapes

- Analyse rapide-lente de modèles académiques (continuité de [Bergeot & Berger (2024), Physica D])
- Simulations temporelles de modèles complexes : éoliennes + BNES (ou réseau de BNES)
- Finalisation du banc d'essai + campagne de mesures

Moyens humains

BQR : 2 stages de Master 2   **Projet CoREVE :** 2 ans de post-doctorat

Projets autour du contrôle et de la récupération d'énergie vibratoire

Projet BQR INSA CVL (2023-2024) et Projet académique régional CoREVE (2024-2026)

Objectifs

Académique : mieux comprendre les mécanismes sous-jacents aux phénomènes de pompage énergétique et de conversion d'énergie mécano-électrique impliquant un NES bistable associé à un patch piézoélectrique

Application mettre en place à un dispositif permettant de :

Énergie vibratoire → Énergie électrique

Structure primaire Pales d'éolienne — **BNES** — **Patch piézoélectrique** — **Capteurs** Surveillance sans fils

Étapes

- Analyse rapide-lente de modèles académiques (continuité de [Bergeot & Berger (2024), Physica D])
- Simulations temporelles de modèles complexes : éoliennes + BNES (ou réseau de BNES)
- Finalisation du banc d'essai + campagne de mesures

Moyens humains

BQR : 2 stages de Master 2 — **Projet CoREVE :** 2 ans de post-doctorat

Projets autour du contrôle et de la récupération d'énergie vibratoire

Projet BQR INSA CVL (2023-2024) et Projet académique régional CoREVE (2024-2026)

Objectifs

Académique : mieux comprendre les mécanismes sous-jacents aux phénomènes de pompage énergétique et de conversion d'énergie mécano-électrique impliquant un NES bistable associé à un patch piézoélectrique

Application
mettre en place à un dispositif permettant de :

Structure primaire Pales d'éolienne	BNES	**Patch piézoélectrique**	**Capteurs** Surveillance sans fils
	Énergie vibratoire $\longrightarrow$	Énergie électrique $\longrightarrow$	

Étapes

- Analyse rapide-lente de modèles académiques (continuité de [Bergeot & Berger (2024), Physica D])
- Simulations temporelles de modèles complexes : éoliennes + BNES (ou réseau de BNES)
- Finalisation du banc d'essai + campagne de mesures

Moyens humains

BQR : 2 stages de Master 2 — **Projet CoREVE :** 2 ans de post-doctorat

Effet d'un forçage stochastique faible sur le phénomène de pompage énergétique

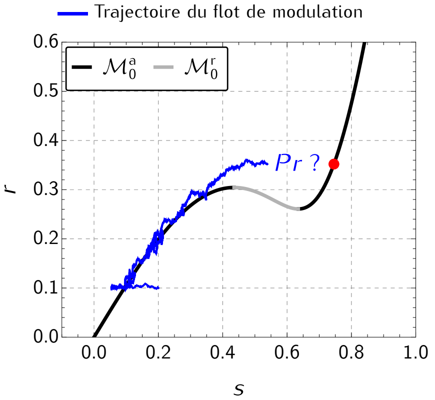
Thèse d'Israa Zogheib (2023-2026) - dir. Nils Berglund (Institut Denis Poisson, IDP UMR CNRS 7013)

Suite de l'étude numérique [Bergeot (2023), Int J Non Linear Mech] ⇒ **Le bruit favorise les régimes de non atténuation**

Objectif

Estimer analytiquement Pr **:**

La probabilité qu'**après un passage au niveau du point-col gauche de** $\mathcal{M}_0$ une réalisation du **flot de modulation** arrive sur la partie attractive droite de $\mathcal{M}_0$ au dessus de l'équilibre instable ● (≡ **pas d'atténuation**)



Effet d'un forçage stochastique faible sur le phénomène de pompage énergétique

Thèse d'Israa Zogheib (2023-2026) - dir. Nils Berglund (Institut Denis Poisson, IDP UMR CNRS 7013)

Suite de l'étude numérique [Bergeot (2023), Int J Non Linear Mech] ⇒ **Le bruit favorise les régimes de non atténuation**

Objectif

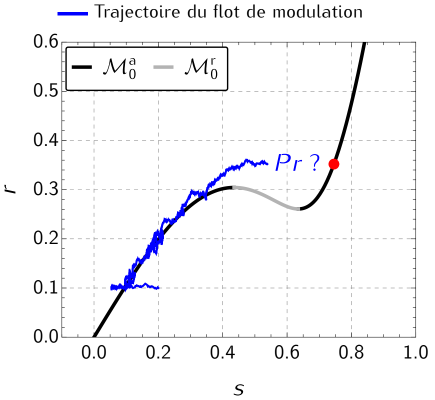
Estimer analytiquement Pr **:**

La probabilité qu'**après un passage au niveau du point-col gauche de** $\mathcal{M}_0$ une réalisation du **flot de modulation** arrive sur la partie attractive droite de $\mathcal{M}_0$ au dessus de l'équilibre instable ● (≡ **pas d'atténuation**)

Première étape

Problème simplifié :

Calculer la **probabilité de sortie** du voisinage du point-col d'une **bifurcation col-nœud dynamique** avec un **bruit blanc agissant sur la variable lente**



Plan

Coll. : S. Terrien (LAUM) et C. Vergez (LMA)

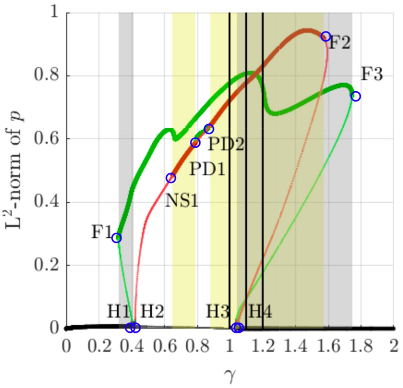


Figure. Diagramme de bifurcation (doigté de Ré♯ grave de saxophone alto). Obtenu à partir d'un modèle physique par équilibrage harmonique et méthode de continuation [Colinot *et al.* (2021), Acta Acust].

Équilibe (≡ silence) : stable instable

1^er registre (≡ note attendue) : stable instable

2^nd registre (≡ octave note attendue) : stable instable

Multistabilités :

entre 1^er et 2^nd registres

entre Équilibre et 1^er registre

Coll. : S. Terrien (LAUM) et C. Vergez (LMA)

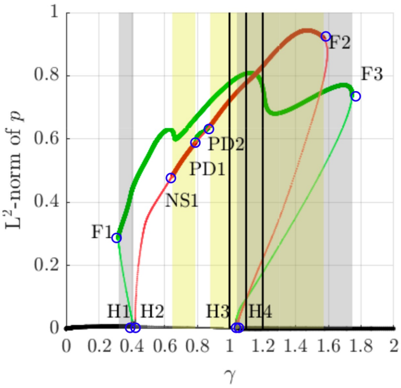


Figure. Diagramme de bifurcation (doigté de Ré♯ grave de saxophone alto). Obtenu à partir d'un modèle physique par équilibrage harmonique et méthode de continuation [Colinot *et al.* (2021), Acta Acust].

Équilibe (≡ silence) : stable instable

1er registre (≡ note attendue) : stable instable

2nd registre (≡ octave note attendue) : stable instable

Multistabilités :

entre 1er et 2nd registres

entre Équilibre et 1er registre

Suite de [Bergeot, Terrien & Vergez (2024), Chaos]

- BAD et SBAD dans le cas de **bistabilité entre deux solutions périodiques** (registres) :
  - Calcul de **variétés associées à des solutions périodiques ou quasi-périodiques**
  - ⇒ **Méthodes de continuation** (COCO)

Coll. : S. Terrien (LAUM) et C. Vergez (LMA)

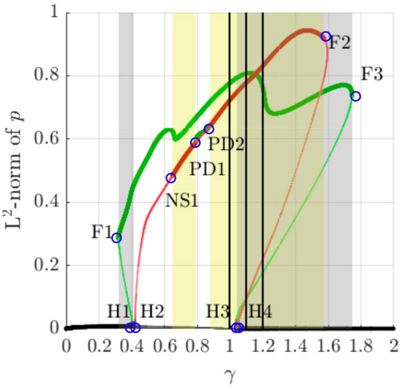


Figure. Diagramme de bifurcation (doigté de Ré♯ grave de saxophone alto). Obtenu à partir d'un modèle physique par équilibrage harmonique et méthode de continuation [Colinot *et al.* (2021), Acta Acust].

Équilibe (≡ silence) : stable instable

1er registre (≡ note attendue) : stable instable

2nd registre (≡ octave note attendue) : stable instable

Multistabilités :

entre 1er et 2nd registres

entre Équilibre et 1er registre

Suite de [Bergeot, Terrien & Vergez (2024), Chaos]

- BAD et SBAD dans le cas de **bistabilité entre deux solutions périodiques** (registres) :
  - Calcul de **variétés associées à des solutions périodiques ou quasi-périodiques**
  - ⇒ **Méthodes de continuation** (COCO)
- **Influence du bruit**
  - **Monte Carlo :** CI ⇒ proba. P_{BAD} de rejoindre une variété attractive

Coll. : S. Terrien (LAUM) et C. Vergez (LMA)

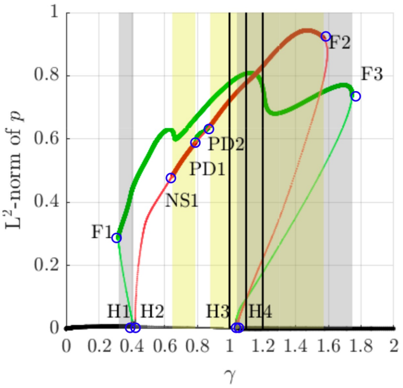


Figure. Diagramme de bifurcation (doigté de Ré♯ grave de saxophone alto). Obtenu à partir d'un modèle physique par équilibrage harmonique et méthode de continuation [Colinot *et al.* (2021), Acta Acust].

Équilibe (≡ silence) : stable instable

1er registre (≡ note attendue) : stable instable

2nd registre (≡ octave note attendue) : stable instable

Multistabilités :

entre 1er et 2nd registres

entre Équilibre et 1er registre

Suite de [Bergeot, Terrien & Vergez (2024), Chaos]

- BAD et SBAD dans le cas de **bistabilité entre deux solutions périodiques** (registres) :
  - Calcul de **variétés associées à des solutions périodiques ou quasi-périodiques**
  - ⇒ **Méthodes de continuation** (COCO)
- **Influence du bruit**
  - **Monte Carlo :** CI ⇒ proba. P_{BAD} de rejoindre une variété attractive
  - **Analyse rapide-lente :** thèse Israa Zogheib

Université de Tours - Soutenance d'HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES - 7 février 2024

Systèmes rapides-lents en mécanique vibratoire

Application à l'étude du contrôle passif non linéaire de vibrations et des phénomènes transitoires dans les instruments de musique à anche

Baptiste Bergeot

Maître de conférences, INSA Centre Val de Loire, LaMé EA 7494

Jury :

Sébastien Berger	Professeur des Universités	INSA Centre Val de Loire
Nils Berglund	Professeur des Universités	Univ. Orléans
Thomas Hélie	Directeur de Recherche	CNRS, IRCAM
Claude-Henri Lamarque	Professeur ENTPE	ENTPE, Univ. Lyon
Pierre-Oliver Mattei	Chargé de Recherche-HDR	CNRS, Univ. Aix-Marseille
Stéphane Méo	Professeur des Universités	Univ. Tours
Emeline Sadoulet-Reboul	Maître de Conférences-HDR	Univ. Franche-Comté
Christophe Vergez	Directeur de Recherche	CNRS, Univ. Aix-Marseille